ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBRI DVO.

A' FEDERICO COMMANDINO VRBINATE IN PRISTINVM NITOREM RESTITVTI, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATI.

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,
Ex Officina Alexandri Benacii.
M D LXV.

Biblioth. Schol. Piar. S. Pantal.
BIBLIOTECA ROMA
1. 3. B 7

RANVTIO FARNESIO CARDINALI AMPLISSIMO ET OPTIMO.

QVod tibi ſuperioribus diebus pollicitus ſum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, vt Archimedis etiam libri de ijs, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortaſſe opera mea illuſtriores ederentur: mihi non committendum eſſe duxi, vt iure optimo malum nomen, præſertim à te, cui tantopere debeo, exiſtimari poſſem. quamuis cum mecum conſidero ſuſcepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non aſſecutus ſim, quod ab initio ſpectaui, vt mathematicarum diſciplinarum ſtudioſis hac in parte ſatisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non ſolum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapſus eſt, verum etiam codex ipſe, vt etiam interpres fatetur, vetuſtate corruptus, & mancus eſt; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonſtrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter ſe mathematicæ diſciplinæ quodãmodo connexæ ſunt,

tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; ſtudium poſuiſti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes vt perſpicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conſcripſerunt, plurimis, & firmiſsimis argumentis probauerũt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quòd poſtremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris deliteſcunt. Qua quidem in re (vt mea fert opinio) ſingulari fato fuerunt mathematicæ diſciplinæ, cum tot ſcriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non ſolum in ſtudioſos homines, uerum etiam in humanũ genus mirabiles utilitates importatæ fuiſſent. nam cum mecum conſidero quàm late pateant hæ nobiliſsimæ ſcientiæ, quãtopere rebus publicis & priuatis admirabili quadã ratione, atque ordine gubernandis neceſſariæ ſint, dubitãdum non exiſtimo, quin magna ſit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam ſatis admirari non poſſum, qui pueros cum primum fari cœpiſſent, his diſciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac ſubtilis ſcientiæ contemplationi aſſueti nihil paruum, aut humile cogitarent: ſed uel ſe totos iſs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus ſuis & præſidio, & ornamento eſſe poſſent: uel humanis ſtudijs multam ſalutem dicentes, diuinam philoſophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas diſciplinas fa-

ciliorem ſibi aditum comparaſſent. quamobrem gra uisſimum damnum factum eſt in tot præſtãtisſimis uiris: quorũ ſcripta ſi in manus noſtras perueniſſent, profecto multo præclarius cum rebus humanis ageretur: complures enim, qui nunc tot difficultatibus ab his ſtudijs deterrentur, hac ratione priuatis & publicis rationibus optime conſuluiſſent. Cum hæc ita eſſent, tamen nullum mihi laborem ſubterfugiendũ eſſe iudicaui, quo ſtudioſis hominibus, qui in mathematicis diſciplinis toto animo incũbũt, facilior pateret aditus ad abſtruſa, & recondita ſenſa tanti ſcriptoris intelligenda: nec à uetere meo inſtituto diſcedere uolui; ſcis enim me multos abhinc annos hanc eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima ſcripta illuſtrandi ſuſcepiſſe. quod neque arrogãtia, nec inanis gloriæ ſpe adductus ſum, ut facerẽ, ſed me uehementer in hanc mentem impulit honeſtisſima cupiditas de ſtudioſis hominibus benemerẽdi: etenim ſemper mea fuit ſentẽtia, mathematicum, qui libros Archimedis accuratisſime non euoluerit, uix mathematicum appellari debere: cum eũ neceſſe ſit in multarum rerum ignoratione uerſari, ſine quibus mathematicæ diſciplinæ imperfectæ quodammodo, atque inchoatæ ſunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his etiam Archimedis libris, quoad eius fieri poſſet, per me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis eſſe nõ dubitarem, duæ non contemnendæ cauſſæ fuerunt. una quòd in tanta obſcuritate ab interpretis inſcitia,

& à uetuſtate profecta, neſcio quod ueſtigium illius acuti, & perſpicacis ingenij, quo Archimedes excelluit, impreſſum appareret: altera quòd tum græci, tum latini ſcriptores grauiſsimi hos ut Archimedis libros recognoſcũt. Strabo enim in primo libro hæc ad uerbũ ſcribit. ὁ δὲ οὗτος ἠδὺς ἐστὶν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὤν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἁψάμενοι. & Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro hæc ſcripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυμασιουργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Vitruuius etiam in octauo libro de his eiſdem Archimedis libris meminit. Fortaſſe, inquit, qui Archimedis libros legit, dicet non poſſe fieri ueram ex aqua librationem: ſed ei placet aquam non eſſe libratam, ſed ſphæroides habere ſchema: & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. ut nemini dubium eſſe poſsit, quin & genere ſcriptionis, & tãtorum uirorum auctoritate, ut germani Archimedis libri attente legendi, & perpendendi ſint: præſertim cum in ijs multa contineantur cognitione dignisſima, quæ nõ tam ad mathematicas diſciplinas, quàm ad naturæ obſcuritatem ſpectant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoſo theſauro diutius ſtudioſi carerent, primum loca par-

tim interpretis errore deprauata emendaui; partim uetuſtate corrupta & conſumpta in priſtinam integritatem redegi, compluribus, quæ deſiderabantur, meo, ut aiunt, marte ſuppletis. Deinde quoniam Archimedes, quemadmodum ſupra dixi, non nulla ponit, ut perſpicua, & quæ uel ipſe, uel ſuperiores mathematici ἀποδείξεσι confirmauerunt, coactus ſum non ſine maximo negotio ex ijs principijs conicæ diſcipli næ Apollonij Pergæi, quæ in manus noſtras peruenerũt, nouas probationes adhibere, nequid eſſet, quod diligentem lectorem in hac parte remorari poſſet. re ſtabat, ut theorema illud, quod ſine cognitione centri grauitatis corporum ſolidorũ percipi non poteſt, uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoidis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim ſit du pla, certisſimis rationibus comprobarem. ſed huic quoque rei prouiſum eſt à me: ſeorſumq; ab his libris de cẽtro grauitatis ſolidorũ uberrime cõſcripſi. denique nihil prætermiſi, quod ad Archimedem in hac materia illuſtrandum attineret. quod ſi, ut ſpero, aſſecutus ſum, ſatis magnum fructum mihi cepiſſe ui debor laborum, & uigiliarum mearum: ſin ſecus acci derit, hoc me tamen conſolabor, quòd omnes intelli gent, honeſtisſimo meo conſilio, non tã ingenij mei imbecillitatem, quàm rei obſcuritatem, & temporũ iniurias obſtitiſſe. Hoc loco ſuperuacaneum eſſe arbi tror pluribus uerbis exponere, cur tibi amplisſime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare conſtitue-
rim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta ſem-
per & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cō-
plexus, quantam ne optare quidem unquam auſus eſ
ſem. cupio memorem, & erga te gratum animū qua
ratione poſſum, oſtendere. quāuis ſi de te nihil aliud
præter auditum haberem, ſi amplitudini tuæ tanto-
pere deuinctus non eſſem; tua in omni genere diſci-
plinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia
me magnopere hortata eſſet, ut te potisſimum deli-
gerem, ſub cuius clarisſimi nominis ſplendore hi Ar-
chimedis libri ab obliuione hominum, atque à ſilen-
tio uindicarentur. uerecundius de te in præſentia di-
cerem, ne uiderer aſſentationi potius, quàm ueritati
ſeruire; niſi omnibus perſuaſisſimum eſſet, diuinas &
inauditas uirtutes tuas cum ſingulari eruditione con
iunctas in illo ſanctisſimo Reip. chriſtianæ conſilio
tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea,
qua ſoles, benignitate, fidelisſimi clientis tui munus
accipies; quod tibi, qui & mathematicis diſciplinis,
& phiſiologiæ ſtudijs tantopere delectaris, non iniu-
cundum fore confido. Vale.

Federicus Commandinus.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

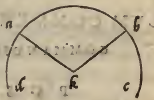
POSITIO.

PONATVR humidi eam eſſe naturam, vt partibus ipſius æqualiter iacentibus, & continuatis inter ſe ſe, minus preſſa à magis preſſa expellatur a. Vnáquæque autem pars eius premitur humido ſupra ipſam exiſtentẽ ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo b, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

SI ſuperficies aliqua plano ſecetur per idẽ ſemper punctum; ſitq; ſectio circuli circunferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.

SECETVR ſuperficies aliqua plano per k punctum ducto: & ſic ſectio ſemper circuli circunferentia, centrum habens punctum k. Dico eam ſphæræ ſuperficiem eſſe. Si enim non eſt ſphæræ ſuperficies; rectæ lineæ, quæ à puncto k ad circunferentiam ducuntur non omnes æquales erunt. Itaque ſint a b puncta in ſuperficie; & inæquales lineæ a k k b: per ipſas autem a k k b planum ducatur, quod ſectionem faciat in ſuperficie lineam d a b c. ergo d a b c circuli circunferentia eſt, cuius centrum k; quoniam ſuperficies eiuſmodi ponebatur: & idcirco æquales inter ſe ſunt a k k b, ſed & inæquales; quod fieri non poteſt. conſtat igitur ſuperficiem eam eſſe ſphæræ ſuperficiem.

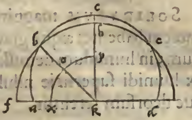


PROPOSITIO II.

OMNIS humidi conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica eſt; cuius ſphæræ centrũ eſt idem, quod centrum terræ.

INTELLIGATVR humidũ conſiſtens, manẽsq; & ſecetur ipſius ſuperficies plano per centrum terræ ducto. ſit autem terræ centrum k: & ſuperficiei ſectio, linea a b c d. Dico lineam a b c d circuli circunferentiam eſſe, cuius centrum k. Si enim non eſt, rectæ lineæ à puncto k ad lineam a b c d ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibuſdam quidem à puncto k ad ipſam a b c d ductis maior; quibuſdam uero minor; & ex centro k, interualloq;

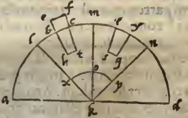
loq; lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. cadet ergo ipſius circunferentiæ partim extra lineam a b c d, par tim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem à puncto k ad ipſam ductis eſt maior; & quibuſdam minor. Itaq; ſit circuli deſcripti circunferentia f b h: & ex b ad k ducta linea, iungãtur f k k h e, quæ angulos æquales faciant. deſcribatur autem & ex centro k circunferentia quædam x o p in plano, & in humido: ergo partes humidi, quæ ſunt ad circunferentiam x o p, æqualiter iacent, ac continuatæ inter ſeſe: & premũtur quidem partes, quæ ad x o circunferentiam, humido, quod loco a b continetur; quæ uero ad circunferentiam o p premuntur humido, quod continetur b e. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circunferentiã x o, & ad o p. quare minus preſſæ à magis preſsis expellentur. non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, & manens. neceſſarium eſt igitur lineam a b c d eſſe circuli circunferentiam, cuius centrum k. Similiter autem demonſtrabitur, & ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circunferentiam eſſe: & centrum ipſius eſſe, quod & terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: & eius ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam eiuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circunferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur. Prima huius.



PROPOSITIO III.

SOLIDARVM magnitudinum, quæ æqualē molem habentes æque graues ſunt, atque humidum; in humidum demiſſæ demergentur ita, vt ex humidi ſuperficie nihil extet: non tamen adhuc deorſum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa extet ex ſuperficie ipſius: conſiſtat autem humidum, maneatq;: & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidi, ac per ſolidam magnitudinem, ut ſit ſuperficiei quidem humidi ſectio a b c d; ſolidæ uero magnitudinis inſidentis e h t f; & terræ centrum k: ſitq; ſolidæ magnitudinis pars, quæ in humido eſt, b h t c; &



quæ extra humidum b e f c. intelligatur etiam ſolida figura comprehenſa pyramide, baſim quidem habente parallelogrammum, quod eſt in ſuperficie humidi; uerticem autem centrum terræ: ſitq; ſectio plani, in quo eſt a b c d circunferentia, & planorum pyramidis k l, k m: & deſcribatur quædam alterius ſphæræ ſuperficies x o p circa centrũ k, in humido ſub e f h t, ut ſit ipſa x o p ſectio facta à ſuperficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & ſimilis comprehendenti ſolidam figuram, ipſi coniuncta,

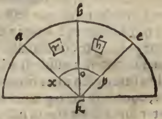
iuncta, & continuata: ſitq; ſectio planorũ ipſius k m k n: & in humido intelligatur quædam magnitudo r s q y ex ipſo humido conſtans, æqualis, & ſimilis ſolidæ b h t c, quæ quidem pars eſt ſolidæ magnitudinis in humido demerſa. partes igitur humidi, quæ ſcilicet in prima pyramide ſuperficie x o continetur, & quæ in altera continetur p o, æqualiter ſunt poſitæ, & continuatæ; ſed non ſimiliter premuntur. nam contenta quidem x o, premitur ſolido e h t f, & humido interiecto inter ſuperficies x o, l m, & plana pyramidis; contenta uero p o premitur ſolido r s q y, & humido inter ſuperficies o p, m n, & pyramidis plana interiecto. minor autem eſt grauitas humidi, quod eſt inter m n, o p, quàm eius, quod inter l m, x o. ſolidum enim r s q y eſt minus ſolido e h t f: cum ſit æquale ipſi b h t c; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur ſolidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale eſt. conſtat igitur partem contentã ſuperficie o p, expelli ab ea, quæ ipſa x o continetur: & non conſiſtere humidum. ponebatur autem conſiſtens, & manens: non ergo ex ſuperficie humidi extat aliquid ſolidæ magnitudinis. ſed neque demerſum ſolidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter poſitæ, cum ſolidum ſit æque graue, atque humidum.

PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demiſſa in humidum non demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

SIT magnitudo ſolida humido leuior; & demiſſa in humidum demergatur tota, ſi fieri poteſt, ut nulla pars ipſius

extet ex humidi ſuperficie. conſiſtat autem humidum,maneatq; : & intelligatur aliquod planum ductum per centrū terræ, per humidam,& per magnitudinem ſolidam: à quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circunferentiam a b c; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram,in qua r: & centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



figuram r,ſicuti prius, quæ pūctum K pro uertice habeat: ſecenturq; ipſius plana à ſuperficie plani a b c ſecundum a K K b: & ſumatur pyramis alia æqualis,&ſimilis ſuperiori,cuius plana ſecentur à plano a b c, ſecundum b K K c; deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K,ſub ſolida magnitudine: & ſecetur ab eodem plano ſecundum x o p: poſtremo intelligatur alia magnitudo h in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, & ſolidæ magnitudini r ſit æqualis. partes igitur humidi,& quæ in prima pyramide continetur ſuperficie x o; & quæ in ſecunda ſuperficie o p continetur,æqualiter iacent, & continuatæ inter ſe ſe; non tamen ſimiliter premuntur: nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida r,& humido cōtinente ipſam, quod eſt in loco pyramidis a b o x: quæ uero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine h, & humido ipſam continente in loco pyramidis p o b c. At grauitas ſolidæ magnitudinis r,minor eſt grauitate humidi, in quo h: quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur: grauitas autem humidi continentis magnitudines r h eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. magis ergo

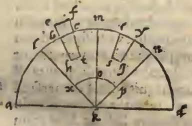
premi-

premitur pars humidi, quæ eſt ſub ſuperficie o p. quare expellet partem minus preſſam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demiſſa in humidum vſque eò demergetur, vt tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

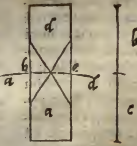
DISPONANTVR eadem, quæ ſupra: ſitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, ſimiliter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. ſimiliter ergo premetur humidum ſub ſuperficiebus x o o p. quare æqualis eſt grauitas, qua premuntur. eſt autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide abſque ſolido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide abſq; r s q y humido. perſpicuum eſt igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem eſſe. ex quibus conſtat, tantam humidi molem, quanta eſt pars demerſa ſolidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulſæ ſurſum feruntur tanta ui, quãto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius eſt ipſa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & ſit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipſi a, grauitas ſit b c: demonſtrandum eſt magnitudinem a in humidum impulſam tanta ui ſurſum ferri, quanta eſt grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipſi c æqualem. Itaque magnitudo ex utriſque magnitudinibus conſtatis, in quibus a d, leuior eſt humido. nam magnitudinis quidem quæ ex utriſque conſtat grauitas eſt b c; humidi uero habentis molem ipſis æqualem grauitas maior eſt, quàm b c: quoniam b c grauitas eſt humidi molẽ habentis æqualem ipſi a. Si ergo demittatur in humidũ magnitudo ex utriſque a d conſtans; uſque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt pars magnitudinis demerſa eãdem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonſtratum eſt. ſit autẽ ſuperficies humidi alicuius a b e d circunferentia.



Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta eſt magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perſpicuum eſt partem ipſius demerſam eſſe magnitudinem a; reliquam uero d totam ex hu-

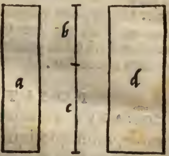
midi

midi ſuperficie extare.* Quare conſtat magnitudinem a tanta ui ſurſum ferri, quãta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; uidelicet à d, cũ neutra ab altera expellatur, ſed d fertur deorſum tanta grauitate, quanta eſt c. ponebatur enim grauitas eius, in quo d ipſi c æqualis. patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO VII.

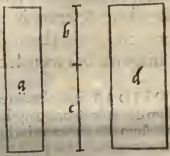
SOLIDAE magnitudines humido grauiores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta eſt grauitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

SOLIDAS magnitudines humido grauiores, in humidum demiſſas deorſum quidem ferri, donec deſcẽdant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quàm partes æqualiter ipſis adiacentes; quoniam magnitudo ſolida humido grauior ponitur: leuiores autem eſſe uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo a grauior humido: & ſit magnitudinis quidem a grauitas b c: humidi uero molẽ habentis æqualem ipſi a grauitas ſit b. demonſtrandum eſt magnitudinem a in humido exiſtẽtem habere grauitatem æqualem ipſi c. Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua d, leuior humido;



cuius grauitas ſit ipſi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d, ſit grauitas æqualis b c. Itaque compoſitis magnitudinibus a d, magnitudo ex utriſque conſtans æque grauis erit, atque ipſum humidũ: grauitas enim utrarũque magnitudinum eſt æqualis utriſque grauitatibus, uidelicet b c, & b: grauitas autem humidi habentis molem æqualem utriſque magnitudinibus, eſt eiſdem grauitatibus æqualis. Demiſsis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque ſurſum, neque deorſum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorſum; & eadem ui à magnitudine d ſurſum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur ſurſum tanta ui, quanta eſt grauitas c:

6. huius. demõſtratũ enim eſt magnitudines ſolidas humido leuiores, impulſas in humidum tanta ui retrahi ſurſum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius eſt ipſa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d, grauius eſt, quam d, ipſa c grauitate. Conſtat igitur magnitudinem a deorſum ferri tanta grauitate, quanta eſt c. quod demonſtrare oportebat.



POSITIO II.

PONATVR eorum, quæ in humido ſurſum feruntur, vnumquodque ſurſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur.

COM-

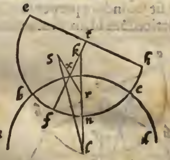
COMMENTARIVS.

At uero ea, quæ feruntur deorſum, ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur, ſimiliter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs poſitum prætermiſit.

PROPOSITIO VIII.

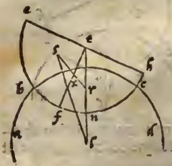
Si aliqua magnitudo ſolida leuior humido, (A) quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum (B) demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum cõtingat; non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

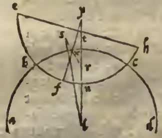
[INTELLIGATVR quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & ducatur planum per axẽ portionis, & per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circũferentia a b c d: & figuræ ſectio e f h circunferentia: ſit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t non ſit ſecundum perpendicularem. demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui. Itaque centrum ſphæræ eſt (Suppleta a Federico Cõm.)



in linea ſt. nam ſit primum figura maior dimidia ſphæræ: ſitq; in dimidia ſphæra ſphæræ centrum t; in minori portione ſit centrum p; & in maiori k: per k uero, & terræ centrum l ducatur k l ſecans circunferentiam e f h in puncto n. Quoniam igitur unaquæque ſphæræ portio axem habet in linea, quæ à cẽtro ſphæræ ad eius baſim perpendicularis ducitur: habetq; in axe grauitatis centrum: portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per k ducta. & idcirco centrum grauitatis ipſius erit in linea n k quod ſit r. ſed totius portionis grauitatis centrum eſt in linea f t inter k & f, quod ſit x. reliquæ ergo figuræ, quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea r x producta ad partes x; & aſſumpta ex ea, linea quadam, quæ ad r x eandem proportionem habeat, quam grauitas portionis in humido demerſæ habet ad grauitatem figuræ, quæ eſt extra humidum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s ducatur perpendicularis l s. Feretur ergo grauitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam s l deorſum; portionis autem, quæ in humido, ſurſum per rectam r l. quare non manebit figura: ſed partes eius, quæ ſunt ad e, deorſum; & quæ ad h ſurſum ferẽtur: idq; cõtinenter fiet, quoad ſt ſit ſecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonſtrabitur.]

C D E F





COMMENTARIVS.

Hvivs propoſitionis demonſtratio iniuria temporum deſideratur, quam nos ita reſtituimus, ut ex figuris, quæ remanſerunt Archimedem ſcripſiſſe colligi potuit: neque enim eas immutare uiſum eſt, quæ uero ad declarationem, explicationémque addenda fuerant, in commentarijs ſuppleuimus, id quod etiam præſtitimus in ſecunda propoſitione ſecundi libri.

SI aliqua magnitudo ſolida leuior humido.] *Ea uerba, leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiuſmodi magnitudinibus in hac propoſitione agitur.* A

In humidū demittatur, ita ut baſis portionis nō tangat humidum.] *Hoc eſt in humidum ita demittatur, ut baſis ſurſum ſpectet; uertex autem deorſum. quod quidem opponitur ei, quod in ſequenti dixit:* In humidum demittatur, ita ut baſis tota ſit in humido. *His enim uerbis ſignificat portionem oppoſito modo in humidum demitti, ut ſcilicet uertex ſurſum; baſis autem deorſum uergat. eodem dicendi modo frequenter uſus eſt in ſecundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.* B

Quoniā igitur unaquæq; ſphæræ portio axē habet in linea, quæ à cētro ſphæræ ad eius baſim perpēdicularis ducitur.] *Iungatur enim b c, & k l ſecet circunferentiam a b c d in puncto g; lineam uero rectam b c in m. & quoniam duo circuli a b c d, e f b ſecant ſe ſe in punctis b c; recta linea, quæ ipſorum centra coniungit, uidelicet k l lineam b c bifariam, & ad angulos rectos ſecat: ut in commentarijs in Ptolemæi planiſphærium oſtendimus. quare portionis circuli b n c diameter eſt m n; & portionis b g c diameter m g: nam rectæ lineæ, quæ ipſi b c æquidiſtantes ex utraque parte ducuntur, cum linea n g rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipſa bifariam ſecantur. portionis igitur ſphæræ b n c axis eſt n m; & portionis b g c axis m g. ex quo ſequitur, portionis in humido demerſæ axem eſſe in linea k l; ipſam ſcilicet n g. & cum grauitatis centrum cuiuslibet ſphæræ portionis ſit in axe; quod nos in libro* C

29. primi
3. tertii.

de centro grauitatis ſolidorum demonſtrauimus: erit magnitudinis ex utriſque portionibus b n c, b g c conſtantis; hoc eſt portionis in humido demerſæ grauitatis centrum in linea n g, quæ ipſarum ſphæræ portionum centra grauitatis coniungit. ſi enim fieri poteſt, ſit extra lineam n g, ut in q: ſitq; portionis b n c centrum grauitatis u; & ducatur u q. Quoniam igitur à portione in humido demerſa aufertur ſphæræ portio b n c, non habens idem centrum grauitatis: erit ex octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum, reliquæ portionis b g c centrum in linea u q producta. quod fieri non poteſt; eſt enim in axe ipſius n g. ſequitur ergo ut portionis in humido demerſæ centrum grauitatis ſit in linea n k. quod oſtendendum propoſuimus.



D Sed totius portionis grauitatis centrum eſt in linea f t, inter k, & f, quod ſit x.] *Compleatur ſphæra, ut ſit portionis additæ axis t y; & centrũ grauitatis z. Itaque quoniã à tota ſphæra, cuius grauitatis cẽtrum eſt k, ut etiam in eodem libro demõſtrauimus, aufertur portio e y h centrũ grauitatis habens z: erit reliquæ portionis e f h cẽtrũ in linea z k producta. quare inter k & f neceſſario cadet.*

8. primi Archimedis.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea r x producta.] *Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.*

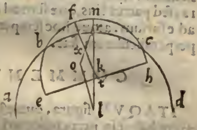
F Feretur ergo grauitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorſum; portionis autem, quæ in humido ſurſum per rectam r l.] *Ex antecedenti poſitione. magnitudo enim, quæ in humido demerſa eſt, tanta ui per lineam r l ſurſum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorſum: id quod ex propoſitione ſexta huius libri conſtare poteſt. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas;*

neas; neutra alteri obſiſtit, quo minus moueatur; idq; continenter fiat, dum portio in rectum fuerit conſtituta: tunc enim utrarumque magnitudinum grauitatis centra in unam, eandemq; perpendicularum conueniunt, uidelicet in axem portionis: & quanto conatu, impetitue ea, quæ in humido eſt ſurſum, tanto quæ extra humidum deorſum per eandem lineam contendit. quare cum altera alteram non ſuperet, non amplius mouebitur portio; ſed conſiſtet, manebitq; in eodem ſemper ſitu; niſi forte aliqua cauſſa extrinſecus acceſſerit.

PROPOSITIO IX.

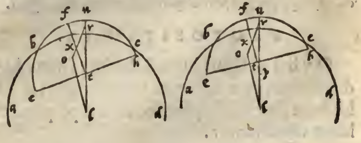
QVOD, ſi figura humido leuior in humidum demittatur, ita ut baſis tota ſit in humido; inſidebit recta, ita ut axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

INTELLIGATVR enim magnitudo aliqua, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & intelligatur planum per axem portionis, & per centrum terræ ductum: ſitq; ſuperficiei quidem humidi ſectio a b c d circunferentia; figuræ autem ſectio circunferentia e f h: & ſit e h recta linea; & axis portionis f t. Si igitur fieri poteſt, non ſit f t ſecundum perpendicularem. Demonſtrandum eſt non manere figuram; ſed in rectum reſtitui. eſt autem centrum ſphæræ in linea f t: rurſus enim ſit figura primo maior dimidia ſphæra: & ſphæræ centrũ in dimidia ſphæra ſit punctum t; in minore portione p; in maiori uero ſit k: & per k, & terræ centrum l ducatur k l. Itaque figura quæ eſt A



A

extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per k: & propter ea, quæ ſuperius dicta ſunt, centrum grauitatis ipſius eſt in linea n k, quod ſit r; totius autem portionis centrum grauitatis eſt in linea f t, inter k & f, quod ſit x. reliquæ ergo figuræ, eius ſcilicet, quæ eſt in humido, centrum erit in recta linea r x producta ad partes x; & aſ-



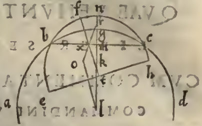
ſumpta ex ea linea quadam, quæ ad x r eandem habeat proportionem, quam grauitas portionis, quæ eſt extra humidum, ad grauitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur l o. Feretur ergo grauitas portionis quidem, quæ eſt extra humidum, per rectam r l deorſum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam o l ſurſum. non manet igitur figura; ſed partes eius, quæ ſunt ad h, deorſum feretur; & quæ ad e ſurſum. atque hoc ſemper erit, donec f t ſecundum perpendicularem fiat.

COMMENTARIVS.

A ITAQVE figura, quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per k.]

DVCATVR enim b c, quæ ſecet lineam n k in m: ipſa uero n k circumferentiam a b c d ſecet in g. eodem modo, quo ſupra, demonſtra

monſtrabimus portionis ſphæræ b n c axem eſſe ipſam n m: & portionis b g c axem g m. quare centrum grauitatis utriuſque, erit in linea n m. & quoniam à portione b n c aufertur portio b g c, non habens idem grauitatis centrũ: reliquæ magnitudinis, quæ eſt extra humidi ſuperficiem, centrum grauitatis erit in linea n k; quæ ſcilicet earum portionum centra grauitatis coniungit: ex eadem octaua Archimedis.



ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

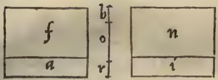
LIBER SECVNDVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

DEMITTATVR enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit fa, leuior humido: & pars quidem ipſius demerſa ſit a; quæ autem extra humidum f. demonſtrandum eſt, magnitudinem f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habere, quam habet



a ad f a. accipiatur enim aliqua humidi magnitudo n i

æqualis

æqualis magnitudini f a; ſitq; ipſi f æqualis n: & ipſi a æqualis i. magnitudinis autem f a grauitas ſit b: & magnitudinis n i grauitas o r; & ipſius i ſit r. magnitudo igitur f a ad n i eam proportionem habet, quam grauitas b ad grauitatem o r. Sed quoniam magnitudo f a in humidum demiſſa leuior eſt humido; patet tantam humidi molem, quanta eſt pars magnitudinis demerſa, eandem quam magnitudo f a habere grauitatem. hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. At ipſi a reſpondet humidum i, cuius quidem grauitas eſt r; & ipſius f a grauitas b. ergo b grauitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini f a, æqualis erit grauitati humidi i, uidelicet ipſi r. Et quoniam ut magnitudo f a ad humidum n i ſibi reſpondens, ita eſt b ad o r: eſt autem b æqualis ipſi r: & ut r ad o r, ita i ad n i; & a ad f a. Sequitur ut f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad f a. quod demonſtrare oportebat.

5. primi huius.

11. quinti

PROPOSITIO II.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta eſt; & ia-

ceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui. Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter n o: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit a l ipſi i s æquidiſtans. quare n o cum i s non faciet angulos rectos. ducatur ergo k ω contingens ſectionem coni in p [quæ ipſi i s æquidiſtet: & à puncto p ad i s ducatur p f æquidi-

Suppleta a Federico Com.

B ſtans ipſi o n, quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ. ſumantur deinde centra graui-

C tatum: ſitq; ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrũ

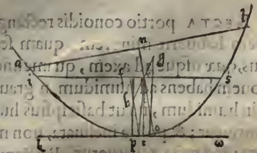
D r; ipſius uero i p o s centrum ſit b: & iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a.]

[illegible] Quoniam igitur n o ipſius quidem r o ſeſquialtera eſt;

E eius autẽ, quæ uſque ad axẽ minor, quam ſeſquialtera; erit

F r o minor, quàm quæ uſque ad axem. Quare angulus r p ω acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem maior ſit ipſa r o; quæ à puncto r ad k ω perpendicularis ducitur, uidelicet r t, cũ

A linea f p extra ſectionem conueniet: & propterea inter p & ω puncta cadat neceſſe eſt. Itaq; ſi per b g ducantur lineæ ipſi r t æquidiſtantes; angulos rectos cum



G ſuperficie humidi continebunt; & quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt, ipſi r t æquidiſtans: quod uero eſt extra humidum ſecundum

cundum eam, quæ per g, deorſum fertur; & non ita mane bit ſolidum a p o l: nam quod eſt ad a fertur ſurſum; & quod ad b deorſum, donec n o ſecundum perpendicularem conſtituatur.]

COMMENTARIVS.

DESIDERATVR propoſitionis huius demonſtratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram appoſite reſtituimus, commentarijsque illuſtrauimus.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habue rit minorem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axẽ] *In tranſlatione mendoſe legebatur. maiorem quàm ſeſquialterum: & ita legebatur in ſequenti propoſitione. eſt autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abſcinditur: eámque rectam tunc conſiſtere dicimus, quando planum abſcindens, uidelicet baſis planum, ſuperficiei humidi æquidiſtans fuerit.* A

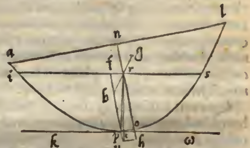
Quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ] *ex 46 primi conicorum Apollonij: uel ex corollario 51 eiuſdem.* B

Sitque ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipſius uero i p o s centrum ſit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis eſt in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim, ſit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 29 demonſtrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis ſit r; erit o r dupla r n: & propterea n o ipſius o r ſeſquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s eſt in axe p f, ita ut p b dupla ſit b f.* C

Et iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi ſuperficie extat: erit punctum g ipſius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.* D

E Erit r o minor, quàm, quæ uſque ad axem] *Ex decima propoſitione quinti libri elementorum. Linea, quæ uſque ad axem apud Archimedem, eſt dimidia eius, iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur; ut ex quarta propoſitione libri de conoidibus, & ſphæroidibus apparet. cur uero ita appellata ſit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.*

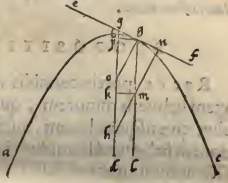
F Quare angulus r p ω acutus erit] *producatur linea n o ad h, ut ſit r h æqualis ei, quæ uſque ad axem. ſi igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n h, conueniet cum f p extra ſectionem: ducta enim per o ipſi a l æquidiſtans, extra ſectionem cadit ex decima ſeptima primi libri conicorum. Itaque conueniat in u. & quoniam f p eſt æquidiſtans diametro; h u uero ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſq; ad axẽ, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ ſectionem in puncto p contingit, hoc eſt cum k ω, ut mox demonſtrabitur. quare perpendicularis r t inter p & ω cadet; eritque r p ω angulus acutus.*

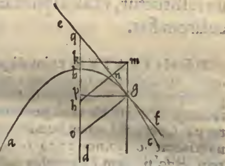


Sit rectanguli coni ſectio, ſeu parabole a b c, cuius diameter b d: atque ipſam contingat linea e f in puncto g: ſumatur autem in diametro b d linea h k æqualis ei, quæ uſque ad axem: & per g ducta g l, diametro æquidiſtante, à puncto k ad rectos angulos ipſi b d ducatur k m, ſecans g l in m. Dico lineam ab h ad m pro

m productam perpendicularem eſſe ad ipſam e f, quam quidem ſecet in n.

DVCATVR enim à puncto g linea g o ad rectos angulos ipſi e f, diametrum in o ſecans: & rurſus ab eodem puncto ducatur g p ad diametrum perpendicularis: ſecet autem ipſa diameter producta lineā e f in q. erit p b ipſi b q æqualis, ex trigeſimaquinta primi conicorum: & g p proportionalis īter q p, p o cor. 8. ſexti. *quare quadratū g p re-* 17. ſexti. *ctangulo o p q æquale erit: ſed etiā æquale eſt rectangulo cōtento ipſa p b, & linea, iuxta quā poſſunt, quæ à ſectione ad diametrū ordinatim ducuntur, ex undecima primi conicorum. ergo* 14. ſexti. *quæ eſt proportio q p ad p b eadem eſt lineæ, iuxta quā poſſunt, quæ à ſectione ducūtur ad ipſam p o: eſt autem q p dupla p b: cū ſint p b, b q æquales, ut dictum eſt. Linea igitur iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur ipſius p o dupla erit: & propterea p o æqualis ei, quæ uſque ad axem,*





uidelicet ipſi k h: ſed eſt p g æqualis k m; & angulus o p g angulo h k m; quòd uterque rectus. quare & o g ipſi h m eſt æqualis: 32. primi 4. primi. *& angulus p o g angulo k h m. æquidiſtantes igitur ſunt o g, h n:* 28

19. primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum ſit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis. erit. quod demonſtrare oportebat.*

G Et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt ipſi r t æquidiſtans.] *Cur hoc quidem ſurſum, illud uero deorſum per lineam perpendicularem feratur, diximus ſupra in octauam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ ſequuntur, eadem iterare neceſſarium exiſtimauimus.*

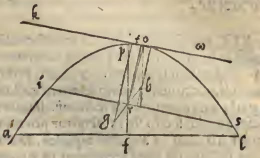
PROPOSITIO III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitq; ipſius baſis in humido: & ſecta ipſa plano per axẽ, recto ad ſuperficiẽ humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quòd ſi inclinata iaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædã k ω æquidiſtans ipſi i s; contingensq; ſectionẽ a p o l in o: & ſolidæ quidẽ magnitudinis a p o l ſit r grauitatis centrum: ipſius autem i p o s centrum ſit

b triun-

b: iunctaq; b r producatur: & ſit g centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. ſimiliter demonſtrabitur angulum r o k acutũ eſſe: & perpendiculare ab r ad k ω ductam cadere inter k & o, quæ ſit r t. ſi autem à punctis g b ducantur ipſi r t æquidiſtantes; pars quidem ſolidæ magnitudinis,



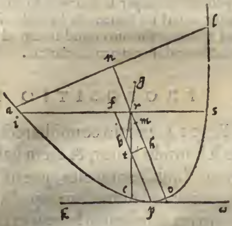
quæ in humido eſt, ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per g ductam: quæ autem extra humidum ſecundũ perpendicularem per b deorſum feretur: & non manebit ſolidum a p o l ſic habens in humido: ſed quod quidem eſt ad a feretur ſurſum: quod autem ad l deorſum, donec p f fiat ſecundum perpendicularem.

PROPOSITIO IIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorẽ, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem: ſi in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quàm quadratũ, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axẽ, habet ad quadratum, quod ab axe; demiſſa in humidum, ita

ut baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: & demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio a p o l, axis portionis, & ſectionis diameter n o; & ſuperficiei humidi ſectio ſit i s. ſi igitur portio non eſt recta, nõ faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k ω contingens rectanguli coni ſectionem in p; æquidiſtanſq; ipſi i s: & à puncto p ipſi o n æquidiſtans ducatur p f. Itaque ſumantur centra grauitatum: & ſolidi quidem a p o l centrum ſit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g ſit centrũ grauitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur n o ipſius quidem r o ſeſquialtera ẽ; eius autẽ, quæ uſque ad axẽ maior, quàm ſeſquialte-



6.quinti ra: patet r o maiorẽ eſſe, quàm quæ

A uſq; ad axẽ. Sit ei, quæ uſque ad axẽ

B æqualis r h: & o h dupla ipſius h m. quòd cũ n o ipſius r o

19.quinti ſeſquialtera ſit, itemq; m o ipſius o h: & reliqua n m reliquæ r h ſeſquialtera erit. ergo axis tanto maior eſt, quàm

ſeſqui-

ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea m o. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in grauitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. quare conſtat portionem ad humidum in grauitate non minorem proportionem habere, quàm quadratum lineæ m o ad quadratum ipſius n o. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim C ſupra demonſtratum eſt: & quam proportionem habet demerſa portio ad totam, eam quadratum p f habet ad n o D quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, & ſphæroidibus, ſi à rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quàm quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. non minorem ergo proportionẽ habet quadratum p f ad quadratũ n o, quàm quadratum m o ad idem n o quadratum. quare E p f non eſt minor ipſa m o; nec b p item minor h o. Si F igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coibit G cum b p, atque inter b, & p cadet. coeat in t. & quoniam H p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto p contingente. quare & cum i s, & cum humidi ſuperficie, quæ per i s tranſit. Itaque ſi per b g puncta lineæ ipſi r t æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: & quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per b ducta fuerit ipſi r t æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per g deorſum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

COMMENTARIVS.

A Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis r h.] *Ita legendum eſt, non r m, ut tranſlatio habet, quod ex ijs, quæ ſequuntur, manifeſte conſtare poteſt.*

B Et o h dupla ipſius h m.] *In tranſlatione mendoſe legebatur, o n dupla ipſius r m.*

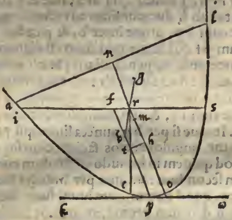
C Hoc enim ſupra demonſtratum eſt.] *In prima huius.*

D Et quam proportionem habet demerſa portio ad totã; eam quadratum p f habet ad n o quadratum.] *Hoc loco in tranſlatione non nulla deſiderabantur, quæ nos reſtituimus. Illud autem ab Archimede demonſtratum eſt in libro de conoidibus & ſphæroidibus propoſitione 26.*

E Quare p f non eſt minor ipſa m o.] *Nam ex decima quinti ſequitur, quadratum p f non eſſe minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 ſexti.*

F Nec b p item minor h o.] *Eſt enim ut p f ad p b, ita m o, ad h o: & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. ſed p f non* 14 quinti *eſt minor m o, ut oſtenſum eſt. ergo neque b p ipſa h o minor erit.*

G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] *Corruptus erat hic locus in tranſlatione. Illud uero ita demonſtrabitur. Quoniam p f non eſt minor o m, nec p b ipſa h o; ſi ponatur p f æqualis o m; & p b, ipſi h o æqualis erit,*



quare

quare per o ducta ipſi a l æquidiſtans cadet extra ſectionem ex 17. primi conicorum: & cum b p producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per b cum eadem infra b coibit, atque inter b & p neceſſario cadet. multo autem magis illud idem ſequetur, ſi ponamus p f ipſa o m maiorem eſſe.

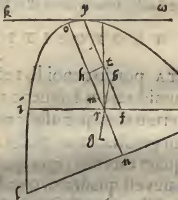
Et quoniam p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea ſectionem in p contingente.] H
Hoc ſuperius à nobis demonſtratum eſt in ſecundam huius.

PROPOSITIO V.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; ſi ad humidum in grauitate non maiorem proportionẽ habeat, quàm exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata non manebit inclinata, ſed reſtituetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim in humidum portio aliqua, qualis dicta eſt: & ſit baſis ipſius tota in humido. Secta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, erit ſectio rectanguli coni ſectio, quæ ſit a p o l: axis portionis, A

& ſectionis diameter n o: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quoniam igitur axis non eſt ſecundum perpendicularem; ipſa n o cum i s non faciet angulos æquales. Ducatur k ω contingens ſectionem a p o l in p; atque ipſi i s æquidiſtans: per p autem ducatur p f æquidiſtãs ipſi n o: & ſumantur grauitatum centra: ſitq; ipſius a p o l ſolidi centrum r; eius quod extra humidum ſit b: & iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis ſolidi ĩ humido demerſi: ſumatur prætereà r h æqualis ei, quæ uſque ad axẽ: o h autem dupla ipſius h m; & alia fiãt, ſicuti ſuperius dictum eſt. Itaque cum portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habere ponatur, quã



exceſſus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipſum n o quadratum: & quam proportionem in grauitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demerſa ad totam portionem, quod demonſtratum eſt in prima propoſitione:

11.quinti. magnitudo demerſa non maiorem proportionem habebit ad totam portionem, quàm ſit dicta illa propor-

A portio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quàm quadratum

B n o ad quadratum m o. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam qua-

dratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non ſit minor C
ipſa o m; neque p b ipſa o h. quæ ergo ab h ducitur ad D
rectos angulos ipſi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni ſectione p f eſt æquidiſtans diametro n o; h t autem ad diametrum perpendicularis: & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: conſtat r t productam facere angulos rectos cum ipſa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis eſt ad ſuperficiem humidi. et ſi per b g puncta ducantur æquidiſtantes ipſi r t, ad ſuperficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ eſt extra humidum, deorſum in humidum feretur ſecundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum ſecundum perpendicularem per g ſurſum feretur: & non manebit ſolida portio a p o l, ſed intra humidum mouebitur, donec utique ipſa n o ſecundum perpendicularem fiat.

COMMENTARIVS.

Quare non maiorem proportionem habet tota portio A
ad eam, quæ eſt extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] *Cum enim magnitudo portionis in humidum demerſa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm exceſſus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipſum n o quadratum: conuertendo per uigeſimáſextam quinti elementorum ex traditione Campani; tota portio ad magnitudinem demerſam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad exceſſum, quo ipſum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demerſa eſt, ſecunda: tertia autem magnitudo ſit quadratum m o: & exceſſus, quo quadratum n o excedit quadratum m o ſit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & ſecundæ ad ſecun-*

dam non minor eſt proportio, quàm tertiæ & quartæ ad quartam; eſt enim quadratum m o unà cum exceſſu, quo quadratum n o excedit quadratum m o æquale ipſi n o quadrato. quare per conuerſionem rationis ex 30 eiuſdem, primæ & ſecundæ ad primam non maior proportio erit, quàm tertiæ & quartæ ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ eſt extra humidum non maiorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad quadratum m o. quod demonſtrandum proponebatur.

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum n o ad quadratum p f.] *Ex uigeſimaſexta libri de conoidibus, & ſphæroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut p f non ſit minor ipſa o m; neque p b ipſa o h.] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigeſimaſecunda ſexti elementorum, ut ſuperius dictum eſt.*

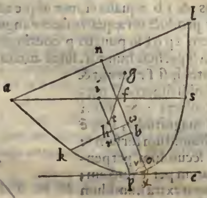
D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipſi n o coibit cum p b inter p & b.] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

PROPOSITIO VI.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius contingat humidum, nunquam conſiſtet inclinata ita, ut baſis in uno puncto humidum contingat.

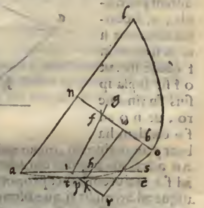
Sit

SIT portio, qualis dicta eſt, & in humidum demittatur,
ſicuti diximus, adeo ut baſis eius in uno puncto contingat
humidum. demonſtrandum eſt non manere ipſam portio-
nem, ſed reuolui ita, ut baſis nullo modo humidi ſuperficiẽ A
contingat. Secta enim ipſa per axem, plano ad ſuperficiem
humidi recto, ſit ſectio ſuperficiei portionis a p o l re-
ctãguli coni ſe-
ctio: ſuperfi-
ciei humidi ſe-
ctio ſit a s: axis
autem portio-
nis, ac ſectio-
nis diameter n
o: & ſecetur in
f quidẽ ita, ut
o f ſit dupla ip
ſius f n; in ω ue
ro, ut n o ad
f ω eandem ha



beat proportionem, quam quindecim ad quatuor: & ipſi B
n o ad rectos angulos ducatur ω k. Itaque quoniam n o
ad f ω maiorem habet proportionem, quàm ad eam, quæ
uſque ad axem; ſit ei, quæ uſque ad axem æqualis f b: & du
catur p c quidem ipſi a s æquidiſtans, contingensq; ſectio-
nem a p o l in p; p i uero æquidiſtans ipſi n o: & primum
ſecet p i ipſam k ω in h. Quoniã ergo in portione a p o l, C
quæ continetur recta linea, & rectanguli coni ſectione, k ω
quidem æquidiſtans eſt ipſi a l; p i uero diametro æquidi-
ſtat: ſecaturq; ab ipſa k ω in h: & a s æquidiſtat contingen-
ti in p: neceſſarium eſt ipſam p i ad p h uel eandem pro-
portionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem:
hoc enim iam demonſtratum eſt. At uero n ω ſeſquialtera
eſt ipſius ω o. & p i igitur uel ſeſquialtera eſt ipſius h p; A
uel maior, quàm ſeſquialtera. Quare p h ipſius h i aut du D

pla eſt, aut minor, quàm dupla. Sit autem p r dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod eſt in humido, punctum t. Itaque iuncta t ſ producatur; ſitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g: & à puncto b ad rectos angulos ipſi n o ducatur b r. Quòd cum p i quidem ſit æquidiſtans diametrò n o; b r autem ad diametrum perpendicularis; & f b æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt f r productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem a p o l in puncto p contingit. quare & cum a s: & cum ſuperficie humidi. lineæ autem ductæ per t g æquidiſtantes ipſi f r, erunt & ad humidi ſuperficiẽ perpendiculares: & ſolidi a p o l magnitudo, quæ ẽ intra humidum ſurſum ſeretur ſecundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum ſecundum eam, quæ per g E deorſum feretur. reuoluetur ergo ſolidum a p o l: & baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi p i lineam k ω non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum t, quod eſt centrum grauitatis demerſæ portionis, cadere inter p & i: & reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.



COMMENTARIVS.

A Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed reuolui ita, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omiſſa.*

Itaque

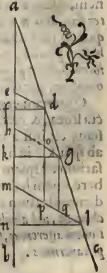
Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ uſque ad axem.] *Habet enim diameter portionis n o ad f ω proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ uſque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare n o ad f ω maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ uſque ad axem: & propterea quæ uſque ad axem ipſa f ω maior erit.* B 10. quinti

Quoniam ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni ſectione, k ω quidem æquidiſtans eſt ipſi a l; p i uero diametro æquidiſtat; ſecaturq; ab ipſa k ω in h: & a e æquidiſtat contingenti in p: neceſſarium eſt ipſam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem. hoc enim iam demonſtratum eſt.] *Vbi hoc demonſtratum ſit uel ab ipſo Archimede, uel ab alio, nundum apparet, quocirca nos demonſtrationem afferemus, poſteaquam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.* C

LEMMA I.

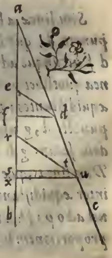
Sint lineæ a b, a c angulum b a c continentes: & à puncto d, quod in linea a c ſumptum ſit, ducantur d e, d f utcunque ad ipſam a b. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis g l, ducantur g h, l m ipſi d e æquidiſtantes; & g k, l n æquidiſtantes f d. deinde à punctis d, g uſque ad lineam m l ducantur, d o p quidem ſecans g h in o; & g q, quæ æquidiſtent ipſi b a. Dico lineas, quæ inter æquidiſtantes ipſi f d ad eas, quæ inter æquidiſtantes d e interiiciuntur, uidelicet k n ad g q, uel ad o p; f k ad d o; & f n ad d p eandem inter ſe ſe proportionem habere; nempe eam, quā habet a f ad a e.

Quoniam enim triangula afd, akg, anl ſimilia ſunt; itemq; ſimilia efd, hkg, mnl: 4. ſexti. *erit ut af ad fd, ita ak ad kg; ut autem fd ad fe, ita kg ad kh. quare ex æquali ut af ad fe, ita ak ad kh: & per conuerſionem rationis ut af ad ae, ita ak ad ah. eodem modo oſtendetur; ut af ad ae, ita an ad am.* 19. quinti *cum igitur an ad am ſit, ut ak ad ah; erit reliqua kn ad reliquam hm, hoc eſt ad gq, uel op, ut an ad am; hoc eſt ut af ad ae. rurſus ak ad ah eſt, ut af ad ae. ergo reliqua fk ad eh reliquam, uidelicet ad do, ut af ad ae. Similiter demonſtrabimus ita eſſe fn ad dp. quod quidem demonſtrare oportebat.*



LEMMA II.

Sint in eadem linea ab puncta duo r s ita diſpoſita, ut as ad ar eandem proportionem habeat, quam af ad ae: & per r ducatur rt ipſi ed æquidiſtans; per s uero ducatur st æquidiſtans fd, ita ut cum rt in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam ac.



Si enim fieri poteſt, cadat citra: & producatur rt uſque ad ipſam ac in u. deinde per u ducatur ux ipſi fd æquidiſtans. Itaque ex iis, quæ proxime demonſtrauimus ax ad ar

cam

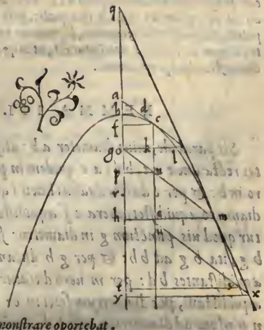
eam proportionem habebit, quam a f ad a e. Sed & eandem habet a s ad a r. quare a s ipſi a x eſt æqualis, pars toti, quod fieri non 9.quinti *poteſt. Idem abſurdum ſequetur, ſi ponamus punctum t cadere ultra lineam a c. neceſſarium igitur eſt, ut in ipſam a c cadat. quod demonſtrandum propoſuimus.*

LEMMA III.

Sit parabole, cuius diameter a b: atque eam cõtingentes rectæ lineæ a c, b d; a c quidem in puncto c, b d uero in b: & per c ductis duabus lineis; quarum altera c e diametro æquidiſtet, altera c f æquidiſtet ipſi b d: ſumatur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut f b, ad b g, ita b g ad b h: & per g h ducantur g k l, h e m, æquidiſtantes b d: per m uero ducatur m n o ipſi a c æquidiſtans, quæ diametrum ſecet in o: & per n ducta n p uſque ad diametrum, ipſi b d æquidiſtet. Dico h o ipſius g b duplam eſſe.

VEL igitur linea m n o ſecat diametrum in g, uel in alijs punctis: & ſi quidem ſecat in g, unum atque idem punctum duabus literis g o notabitur. Itaque quoniam f c, p n, h e m ſibi ipſis æquidiſtant: & ipſi a c æquidiſtat m n o: fient triangula a f c, o p n, o h m inter ſe ſimilia. quare erit o h ad h m, ut a f ad f c: & per- 4. ſexti. *mutando o h ad a f, ut h m ad f c. eſt autem quadratum h m ad quadratum g l, ut linea h b ad lineam b g, ex uigeſima primi libri conicorum: & quadratum g l ad quadratum f c, ut linea g b ad ipſam b f: ſuntq; h b, b g, b f lineæ deinceps proportionales. er-* 22.ſexti. *go & quadrata h m, g l, f c, & ipſorum latera proportionalia* cor.20.ſe *erunt. atque idcirco ut quadratum h m ad quadratum g l, ita li-* xti.

nea h m ad lineam f c. at uero ut h m ad f c, ita p h ad a f: & ut quadratum h m ad quadratú g l, ita linea h b ad b g; hoc eſt b g ad b f. ex quibus ſequitur o h ad a f ita eſſe, ut b g ad b f: & permutando o h ad b g, ut a f ad f b. ſed eſt a f dupla ipſius f b: ſunt enĩ a b, b f æquales ex 35 primi libri conicorum. ergo & h o ipſius g b eſt dupla. quod demonſtrare oportebat.



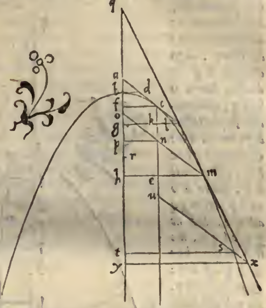
LEMMA IIII.

Iiſdem manentibus, & à puncto m ducta m q uſque ad diametrum, quæ ſectionem in puncto m contingat: Dico h q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g h ad c n.

Fiat *enim h r æqualis g f. & cum triangula a f c, o p n ſimilia ſint, & p n ſit æqualis f c; eodem modo demonſtrabimus p o, f a inter ſe æquales eſſe. quare p o ipſius f b dupla erit. Sed eſt h o dupla g b. ergo & reliqua p h reliquæ f g; uidelicet ipſius r h eſt dupla*

pla

pla. ex quo fit ut p r, r h, f g inter ſe ſint æquales; itemq; æquales r g, p f. eſt enim p g utrique r p, g f communis. Quoniam igitur b b ad b g eſt, ut g b ad b f; per conuerſionem rationis erit b h ad h g, ut b g ad g f. eſt autem q h ad h b, ut h o ad g b. nam ex 35 primi libri conicorum, cum linea q m contingat ſectionem in puncto m; erunt h b, b q æquales; & g h ipſius h b dupla. ergo ex æquali q h ad h g, ut h o ad g f; hoc eſt ad h r: & permutando q h ad h o, ut g h ad h r.



rurſus per conuerſionem rationis h q ad q o, ut h g ad g r; hoc eſt p f; & propterea ad ipſam c n, quod demonſtrandum fuerat.

His igitur explicatis, iam ad id, quod propoſitum fuerat, accedamus. Itaque dico primum n c ad c k eandem proportionem habere, quam h g ad g b.

Quoniam enim b q ad q o eſt, ut h g ad c n, hoc eſt ad a o ipſi c n æqualem; erit reliqua g q ad reliquam q a, ut h q ad q o: & ob eam cauſſam lineæ a c g l productæ ex iis, quæ ſupra demonſtrauimus in linea q m conueniunt. Rurſus g q ad q a eſt, ut h q ad

2. lem. *q o; uidelicet ut h g ad f p: quod proxime demonſtratum eſt. At*
4. lem. *uero ipſi g q æquales ſunt duæ lineæ ſimul ſumptæ q b, hoc eſt h b,*
& b g: atque ipſi q a æqualis eſt h f. Si enim ab æqualibus h b,
b q, æqualia f b, b a demantur, remanentia æqualia erunt. ergo dempta b g ex duabus lineis h b, b g, relinquitur dupla ipſius b g; hoc eſt o h: & dempta p f ex f h, reliqua eſt
19. quinti *h p. quare o h ad h p, eſt ut g q ad q a. Sed ut g q ad q a, ita h q ad q o; hoc eſt h g ad n c:*
15. quinti. *& ut o h ad h p, ita g b ad c k. eſt enim o h dupla g b, & h p item dupla g f; hoc eſt c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g b ad c k: & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g b.*

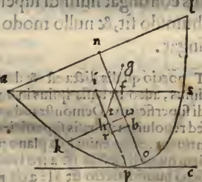


Sumatur deinde aliud quod uis punctum in ſectione, quod ſit s: & per s duæ lineæ ducantur: s t quidem æquidiſtans ipſi d b, diametrumq; in puncto t ſecans; s u uero æquidiſtans a c, & ſecans c e in u. Dico u c ad c k maiorem proportionem habere, quam t g ad g b.

Produ

Producatur enim u s ad lineam q m in x: & à puncto x ducatur ad diametrum x y ipſi b d æquidiſtans. erit g t minor, quàm g y, quoniam u s minor eſt quàm u x: & ex primo lemmate y g ad u c erit, ut h g ad n c; uidelicet ut g b ad c k, quod proxime demonſtrauimus: & permutando y g ad g b, ut u c ad c k. Sed t g cum ſit ipſa y g minor, habet ad g b proportionem minorem, quàm y g ad eandem. ergo u c ad c K maiorem proportionē habet, quàm t g ad g b. quod demonſtraſſe oportuit. Itaque poſitione data g K unum duntaxat erit in ſectione punctum, uidelicet m, à quo ductis duabus lineis m c h, m n o, habeat n c ad c K proportionem eandem, quàm h g ad g b. nam ſi ab alijs omnibus ducantur, ſemper ea, quæ inter a c, & lineam ipſi æquidiſtantem interijcitur, ad c K proportionem maiorem habebit, quàm quæ inter g K atque ei æquidiſtantem, ad ipſam g b. Conſtat igitur id, quod ab Archimede dictum eſt; nempe lineam p l ad p h uel eandem, quam n ω ad ω o, uel maiorem habere proportionem.

Quare p h ipſius h i aut dupla eſt, aut minor quàm dupla.] D



Si quidē minor, quàm dupla, ſit p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod in humido eſt, punctum t. ſi uero p h ſit ipſius h i dupla, erit h grauitatis centrum: ductâq; h f, & producta ad centrum eius, quod eſt extra humidum, uidelicet ad g, alia ſimiliter demonſtrabuntur. atque idem intelligendum eſt in propoſitione, quæ ſequitur.

Reuoluetur ergo ſolidum a p o l; & baſis ipſius nullo E

F

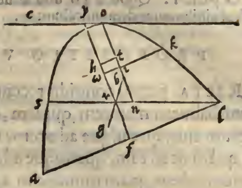
modo humidi ſuperficiem continget.] *In translatione legebatur ut baſis ipſius non tangat ſuperficiem humidi ſecundum unum ſignum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in ijs, quæ ſequuntur, quoniam græci οὐδὲ εἷς, οὐδὲ ἕν, pro οὐδείς, & οὐδὲν frequenter utūtur. ut οὐδ᾽ ἔστιν οὐδείς, nullus eſt: οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνός, à nullo & alia eiuſmodi.*

PROPOSITIO VII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

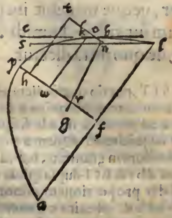
SIT portio qualis dicta eſt: & demittatur in humidũ, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed reuolui ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio ſit s l: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſeceturq; p f in r quidem ita ut r p ſit dupla ipſius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipſi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis r h:

& c o



& c o quidẽ ducatur contingẽs ſectionẽ in o, quæ ipſi s l æquidiſtet; n o autem æquidiſtet p f: & primum ipſam k ω ſecet, atque in pũcto i ſimiliter ut in ſuperioribus demonſtrabitur n o, uel ſeſquialtera ipſius o i, uel maior, quàm ſeſquialtera. Sit autem o i minor, quàm dupla ipſius i n: ſitq; o b dupla b n: & diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea r t, facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum ſuperficie humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipſi r t æquidiſtãtes, etiã ad humidi ſuperficiẽ perpẽdiculares erunt. portio igitur quæ eſt extra humidũ deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per b tranſit; quæ uero intra humidum ſecundum eam, quæ per g ſurſum feretur. ex quibus conſtat reuolui ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fer-

10.quinti



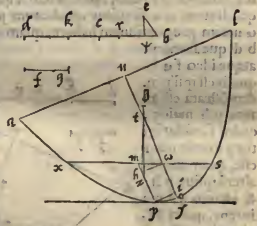
tur ex parte l. Quod ſi n o non ſecuerit ipſam ω k, eadem nihilominus demonſtrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectum reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualẽ ei, de quo infra dicetur.

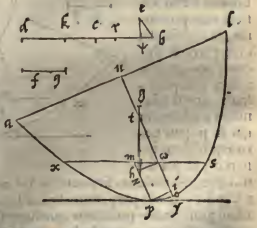
SIT portio qualis dicta eſt; ſitque b d æqualis axi: & b k quidem dupla ipſius k d: r k uero æqualis ei, quæ uſque ad axem: & ſit c b ſeſquialtera b r. erit & c d ipſius A k r ſeſquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum f q ad quadratum d b: & ſit f dupla ipſius q. perſpicuum igitur eſt f q ad d b proportionem minorem habere ea, quam habet c b ad b d. eſt enim c b exceſſus, quo axis maior eſt, quàm B ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem: quare f q minor eſt

ipſa b c: & idcirco f minor ipſa b r. ſit ipſi f æqualis r ψ: C
ducaturq; ad b d perpendicularis ψ e, quæ poſſit dimidiũ
eius, quod lineis k r, ψ b continetur: & iungatur b e. De-
monſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, ſicu-
ti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperfi-
cie humidi angulum faciat angulo e b ψ æqualem .. demit-
tatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius hu-
midi ſuperficiem non contingat: & ſi fieri poteſt, axis cum
ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo
e b ψ; ſed primo maiorem. ſecta autẽ portione plano per
axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio x s: ſitq; axis portionis, & ſectiõis diameter n o: & ducatur p y quidem ipſi x s æquidiſtans, quæ ſectionem a p o l contingat in p: p m uero æquidiſtans ipſi n o: & p i ad



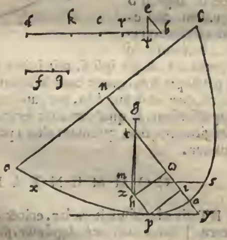
n o perpendicularis. ſit præterea b r æqualis o ω. itemq; D
r k ipſi t ω: & ω h perpendicularis ad axem. Itaque quo-
niam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere
angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b E
maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum
p i ad quadratum y i, quam quadratum e ψ ad ψ b qua- F
dratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i
ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y:

G & quam proportionem habet quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b, candem habet dimidium lineæ k r ad lineã ↓ b.
13. quinti. quare maiorem habet proportionem k r ad i y, quàm dimidium k r ad ↓ b: & idcirco i y minor eſt, quàm dupla
H ↓ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i minor eſt, quàm
K ↓ b: & i ω maior, quàm ↓ r. ſed ↓ r eſt æqualis ipſi f. maior igitur eſt i ω, quàm f. & quoniam portio ad humidum in grauitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: & quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum p m ad quadratum o n: ſequitur quadratum p m ad quadratum o n eam proportionem habere, quam quadratum f q ad b d quadratum.

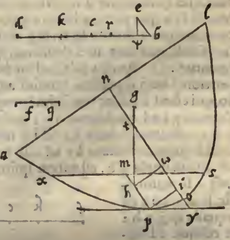


L atque ideo f q æqualis eſt ipſi p m.
M demõſtrata eſt autem p h maior, quàm f. cõſtat igitur p m minorem eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius p h: & idcirco p h maiorem, quàm duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. erit t quidem cẽtrũ grauitatis totius ſolidi: centrũ eius partis, quæ intra humidum, punctum z: reliquæ uero
N partis centrum erit in linea z t producta uſque ad g. Eodẽ modo demonſtrabitur linea t h perpendicularis ad ſuperficiem humidi. & portio demerſa in humido feretur extra humidum

humidum ſecundum perpendicularem, quæ per z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per g intra humidum feretur. nõ ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per z g ductarum, quæ quidem per z ducitur ad eas partes cadit, in quibus eſt l; & quæ per g ad eas, in quibus eſt a. quare ſequitur centrum z ſurſum ferri: & g deorſum. ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad a deorſum, quæ uero ad l ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorẽ eo, qui eſt ad b. minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratum: quare k r ad i y minorem proportionẽ habet, quàm dimidium k r ad ψ b: & propterea i y maior eſt, quam dupla ψ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i ipſa ψ b maior erit. ſed tota o ω eſt æqualis ipſi r b: & reliqua ω i minor quàm ψ r. quare & p h minor erit, quàm f. Quòd cum m p ipſi f q ſit æqualis, cõſtat p m maiorẽ eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius p h: & p h minorem, quam duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum grauitatis erit pũctum t; eius uero partis, quæ intra humidum z: & iuncta z t inueniar-



tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in pro-
P tracta, quod ſit g. Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi t h æquidiſtent, ſequitur portionem ipſam non manere, ſed reuolui adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat maiorē eo, quem nunc facit. Et quoniam cū antea poſuiſſem' facere angulū ma-
O iorem angulo b; portio neque tūc cōſiſtebat; perſpicuū eſt ipſam conſiſtere, ſi angulum fecerit angulo b
Q æqualem. Sic enim erit i o æqualis ψ b: itemq; ω i æqualis ψ r: & p h ipſi f. erit igitur m p ſeſquialtera p h; & p h dupla h m. quare cum h ſit centrum grauitatis eius partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem; & ipſa ſurſum, & quæ extra eſt feretur deorſum. manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.



COMMENTARIVS.

A ET ſit c b ſeſquialtera b r. erit & c d ipſius k r ſeſquialtera.] *In tranſlatione ita legebatur. ſit autem & c b quidem hemiolia ipſius b r: c d autem ipſius K r. Sed nos quod poſtremo loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non ponitur ita eſſe, ſed ex ijs, quæ poſita ſunt, neceſſario colligitur. ſi enim*

b k

b ⅃ dupla ſit ⅃ d, erit d b ipſius b ⅃ ſeſquialtera. & quoniam c b ſeſquialtera eſt b r; ſequitur reliquam c d ipſius ⅃ r, hoc eſt eius, quæ uſque ad axem ſeſquialteram eſſe. quare b c erit exceſſus, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. 19.quinti

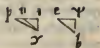
Quare f q minor eſt ipſa b c.] *Nam cum portio ad humidum in grauitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum f q ad quadratum d b: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc eſt minorem, quàm quadratum c b ad quadratum b d: ponitur enim linea b d æqualis axi: quadratum f q ad quadratum d b proportionem minorem habebit, quàm quadratum c b ad idem b d quadratum. ergo quadratum f q minus erit quadrato c b: & propterea linea f q ipſa b c minor.* B 8.quinti.

Et idcirco f minor ipſa b r.] *Quoniam enim c b ſeſquialtera eſt b r, & f q ipſius f ſeſquialtera: eſtq; f q minor b c; & f ipſa b r minor erit.* C 14.quinti.

Itaque quoniam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior.] *Nam cum linea p y ſuperficiei humidi æquidiſtet; uidelicet ipſi x s: angulus p y i æqualis erit angulo, qui diametro portionis n o, & linea x s continetur. quare & angulo b maior erit.* D 29. primi

Maiorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ⅃ ad ⅃ b quadratũ.] *Deſcribantur ſeorſum triangula p i y, e ⅃ b. & cum angulus p y i maior ſit angulo e b ⅃, ad lineam i y, atque ad punctum y in ea datum fiat angulus u y i æqualis angulo e b ⅃. eſt autem angulus ad i rectus æqualis recto ad ⅃. reliquus igitur y u i reliquo b e ⅃ eſt æqualis. quare linea u i ad lineam i y eandem proportionem habet, quam linea e ⅃ ad ⅃ b. Sed linea p i, quæ maior eſt ipſa u i ad lineam i n maiorem habet proportionem quam u i ad eandem. ergo p i ad i y maiorem proportionem habebit, quàm e ⅃ ad ⅃ b: & propterea quadratum p i ad quadratum i y maiorem habebit, quàm* E 4. ſexti. 8.quinti. 13.quinti.

quadratum e ψ ad quadratum ψ b.



F Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.] *Eſt enim ex undecima primi conicorum quadratum p i æquale rectangulo contento linea i o, & ea, iuxta quam poſſunt quæ à ſectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipſius κ r. atque eſt i y dupla i o, ex trigeſimatertia eiuſdem: quare ex decimaſexta ſexti elementorum, rectangulum, quod fit ex κ r, & i y æquale eſt rectangulo contento linea i o & ea, iuxta quam poſſunt: hoc eſt quadrato p i. Sed ut rectangulum ex κ r, & i y ad quadratum i y, ita linea κ r ad ipſam i y. ergo linea κ r ad i y eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex κ r & i y, hoc eſt quadratum p i ad quadratum i y.*

lem. 22. decimi.

G Et quam proportionem habet quadratũ e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ K r ad lineã ψ b.] *Nam cum quadratum e ψ poſitum ſit æquale dimidio rectanguli contenti linea κ r, & ψ b; hoc eſt ei, quod dimidia ipſius κ r & linea ψ b continetur: & ut rectangulum ex dimidia κ r, & ψ b ad quadratum ψ b, ita ſit dimidia κ r ad lineam ψ b: habebit dimidia κ r ad ψ b proportionem eandem, quam quadratum e ψ ad quadratum ψ b.*

lem. 22. decimi

H Et idcirco i y minor eſt, quàm dupla ψ b.] *Quam enim proportionem habet dimidium κ r ad ψ b, habeat κ r ad aliam lineam. erit ea maior, quàm i y; nempe ad quam κ r minorem proportionẽ habet: atque erit dupla ψ b. ergo i y minor eſt, quàm dupla ψ b.*

10. quinti

K Et i ω maior, quam ψ r.] *Cum enim o ω poſita ſit æqualis b r ſi ex b r dematur ψ b, & ex o ω dematur o i, quæ minor eſt ψ b: erit reliqua i ω maior reliqua ψ r.*

L Atque ideo f q æqualis eſt ipſi p m.] *Ex decimaquarta quinti elementorum, nam linea o n ipſi b d eſt æqualis.*

M Demonſtrata eſt autem p h maior, quàm f.] *Etenim demonſtrata eſt i ω maior, quàm f; atque eſt p h æqualis ipſi i ω.*

N Eodem modo demonſtrabitur t h perpendicularis ad

humidi

humidi ſuperficiem.] *Eſt enim t ω æqualis κ r, hoc eſt ei, quæ uſque ad axem. quare ex ijs, quæ ſuperius demonſtrata ſunt, linea t h ducta erit ad humidi ſuperficiem perpendicularis.*

Minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ↓ ad ↓ b quadratũ] *Hæc & alia, quæ ſequuntur, tum in hac, tum in ſequenti propoſitione non alio, quàm quo ſupra modo demonſtrabimus.* O

Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi t h æquidiſtent; ſequitur portionem ipſam non manere, ſed reuolui adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.]. *Nam cum perpendicularis, quæ per g, ducitur ad eas partes cadat, in quibus eſt l; quæ autem per z ad eas in quibus a: neceſſarium eſt centrum g deorſum ferri, & z ſurſum. quare partes ſolidi, quæ ſunt ad l deorſum; quæ uero ad a ſurſum ferentur, ut axis cum ſuperficie humidi maiorem angulum contineat.* P

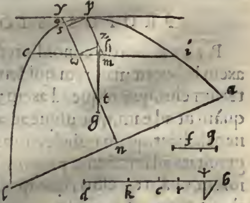
Sic enim erit i o æqualis ↓ b, itēq; ω i æqualis ↓ r, & p h ipſi f.] *Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perſpicue apparet.* Q

PROPOSITIO IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm exceſſus, quo quadratum, quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in hu- A

midum demiſſa adeo,ut baſis ipſius tota ſit in humido,& poſita inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ipſius ſecũdum perpendicularem ſit, nec manebit inclinata,niſi quãdo axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter ut prius, aſſumpto.

SIT portio,qualis dicta eſt: ponaturq; d b æqualis axi portionis: & b k quidem ſit dupla ipſius k d; k r autem æqualis ei, quæ uſque ad axem: & c b ſeſquialtera b r. Quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate,eam habeat exceſſus,quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad ipſum b d quadratum: & ſit f ipſius q dupla. conſtat igitur exceſſum,quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d, minorem habere proportionem, quàm exceſſus,quo quadratũ b d excedit quadratum f q ad b d quadratum. eſt enim b c exceſſus quo axis portiõis maior eſt, quã ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. A quare quadratum b d magis excedit quadratum f q,quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor eſt,quàm b c: itemq; f minor,quàm b r. Sit ipſi f



æqua

æqualis r ψ: & ducatur ψ r perpendicularis ad b d, quæ poſſit dimidium eius, quod ipſis k r, ψ b, continetur. Dico portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim portio in humidum, ſicuti dictum eſt; & axis cum humidi ſuperficie non faciat angulum æqualẽ ipſi b, ſed primo maiorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio portionis ſit a p o l rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio c i; ſitq; axis portionis, & ſectionis diameter n o, quæ ſecetur in punctis ω t, ut prius: & ducantur y p quidem ipſi c i æquidiſtans, contingensq; ſectionem in p; m p uero æquidiſtans n o: & p s ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſuperficie humidi facit angulum maiorem angulo b; erit & angulus s y p angulo b maior. quare quadratum p s ad quadratum s y maiorem habet proportionem, quàm quadratum ψ e ad quadratum ψ b: & propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium ipſius κ r ad ψ b. ergo s y minor eſt, quam dupla ψ b; & s o minor, quàm ψ b. quare s ω maior, quàm r ψ; & p h maior, quàm f. Itaque quoniã portio ad humidum in grauitate eam habet proportionẽ, quam exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionẽ: ſequitur partẽ demerſam ad totam portionem, eam proportionem habere, quã exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratũ f q, ad quadratũ b d. habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eã, quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum n o ad quadratum p m. ergo p m ipſi f q æqualis erit. demonſtrata eſt autem p h maior, quàm f: quare m h minor erit,

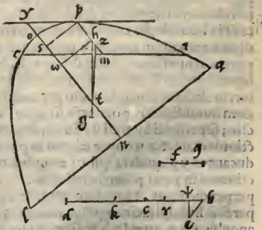
B

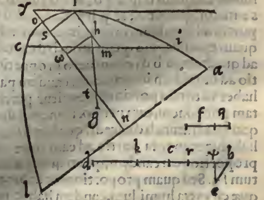
C

D

E

quàm q; & p h maior, quàm dupla h m. Sit igitur p z dupla ipſius z m: & iuncta z t producatur ad g. erit totius quidem portionis grauitatis centrũ t: eius, quæ eſt extra humidũ z: reliquæ uero partis, quæ in humido, centrum erit in linea z t producta; quod ſit g. demõſtrabitur ſimiliter, ut prius, t h perpẽdicularis ad ſuperficiem humidi: & quæ per z, g ducuntur æquidiſtantes ipſi t h, ad eandem perpẽdiculares. ergo portio, quæ eſt extra humidũ deorſum feretur ſecundum eam quæ per z tranſit; quæ uero intra ſecundum





dum

dum eam, quæ per g ſurſum eleuabitur. non igitur manebit portio ſic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad ſuperficiem humidi ſit perpendicularis: quoniam quæ ex parte l F deorſum; quæ uero ex parte a ſurſum ferentur, ut ex iam demonſtratis apparere poteſt. Quòd ſi axis cum ſuperficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, ſimiliter de- G monſtrabitur, nõ manere portionem, ſed inclinari, donec utique axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.

COMMENTARIVS.

QVARE quadratum b d magis excedit quadratum A fq, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor eſt, quàm b c: itemq; f minor quam b r.] *Quoniam exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d minorem proportionem habet, quàm exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum b c, minor quàm exceſſus, quo excedit quadratum f q. ergo quadratum f q minus eſt quadrato b c: & propterea linea f q minor linea b c. Sed f q ad f eandem proportionẽ habet, quam b c ad b r; utraque enim utriuſque ſeſquialtera eſt. cum* 14 quinti *igitur f q ſit minor b c, & f ipſa b r minor erit.*

Et propterea κ r ad ſy maiorem habet, quàm dimidium B ipſius κ r ad ↓ b.] *Eſt enim κ r ad ſy, ut quadratum p s ad quadratum ſy: & dimidium lineæ κ r ad lineam ↓ b, ut quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b.*

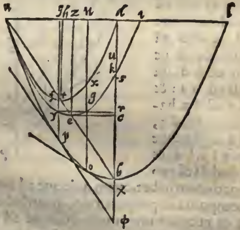
Et s o minor quàm ↓ b] *Eſt enim ſy dupla ipſius ſo.* C

Et p h maior, quàm f.] *Nam p h eſt æqualis ſω, & r ↓* D *ipſi f.*

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humi- E dum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q.] *Cum pars demerſa ad totam portionem ita ſit, ut exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad b d quadratũ:*

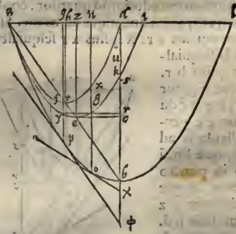
interdū quidem ita, ut baſis in humidum magis C
demergatur: interdum uero ita, ut ſuperficiem D
humidi nullo modo contingat; ſecundum pro- E
portionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius demonſtrabuntur.

SIT portio qualis dicta eſt: & ſecta ipſa plano per axē, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in puncto quidem k ita, ut b k dupla ſit ipſius k d: in c uero ita, ut b d ad κ c proportionē habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. conſtat igitur k c ma- F
iorem eſſe, quàm quæ uſque ad axem. Sit ei quæ uſque ad G
axem æqualis κ r: & ipſius κ r ſeſquialtera d s. Eſt autem H
& s b ſeſquialtera ipſius b r. Itaque iūgatur a b, & per c ducatur c e perpēdicularis ad b d, quæ lineā a b in puncto e ſecet: & per e ducatur e z æquidiſtās b d. Rurſus ipſa a b biſariā in t diuiſa, ducatur t h eidem b d æquidiſtans: &



intelligantur rectanguli coni ſectiones deſcriptæ a e i qui-

K dem circa c z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ ſimiles ſint portioni a b l. tranſibit igitur a e i coni ſectio per k: & quæ ab r ducta eſt perpendicularis ad b d, ipſam a e i ſecabit: ſecet in punctis y g: & per y g ducantur ipſi b d æquidiſtantes p y q, o g n, quæ ſecent a t d in f x. ducantur poſtremo, & p χ, o φ contingentes ſectionẽ
M a p o l in punctis p o. cũ ergo tres portiones ſint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum ſectionibus; rectæq; ſimiles, & inæquales, quæ continguũt ſe ſe ſuper unamquanque baſim: à puncto autem n ſurſum ducta ſit n x g o; & à q ipſa q f y p: habebit o g ad g x proportionem compoſitam ex proportione, quam habet i l ad l a; & ex proportione, quam a d habet ad d i.
Sed i l ad l a
habet eandem,
quam duo ad
quinque. ete-
N nim c b ad b d
eſt, ut ſex ad
quindecim; hoc
eſt ut duo ad
O quinque: & ut
c b ad b d, ita
c b ad b a: &
d z ad d a. ha-
P rum autẽ d z,
d a duplæ ſunt
Q ipſæ l i, l a: &
a d ad d i eã pro



portionem habet, quam quinque ad unum. ſed proportio compoſita ex proportione, quam habet duo ad quinque; & ex proportione, quam quinque ad unum; eſt eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. dupla eſt igitur g b ipſius g x: &

eadem ratione oſtẽdetur p y ipſius y f dupla. Itaque quoniam d s ſeſquialtera eſt ipſius k r; erit b s exceſſus, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. Si igitur portio ad humidũ in grauitate eã habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b ſ ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet. demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cuius axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ſi ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demiſſam in humidum, ita ut dictum eſt, rectam conſiſtere. R

COMMENTARIVS.

*Q*VAE *hac decima propoſitione continentur, Archimedes in quinque partes diſſecuit, & ſingulas ſeorſum demonſtrauit.*

Nonnunquam quidem recta conſiſtat.] *Hæc eſt prima pars, cuius demonſtrationem ſtatim ſubiungit.* A

Et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi; idq; in duabus diſpoſitionibus.] *Demonſtratum eſt illud in tertia parte.* B

Interdum ita, ut baſis in humidum magis demergatur.] *Pertinet id ad quartam partem.* C

Interdum uero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in ſecunda, alter in quarta parte explicatur.* D

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate.] *In tranſlatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in grauitate.* E

Conſtat igitur k c maiorem eſſe, quàm quæ uſque ad axem.] *Nam cum b d ad k c candem habeat proportionem, quam* F

quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ uſque ad axem maiorem pro
10.quinti *portionem habeat: erit quæ uſque ad axem minor ipſa k c.*

G Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis k r.] *Hæc nos addidimus, quæ in translatione non erant.*

H Eſt autem & s b ſeſquialtera ipſius b r.] *Ponitur enim d b ſeſquialtera ipſius b k; itémq; d ſ ſeſquialtera k r. quare ut to*
19.quinti *ta d b ad totam b K, ita pars d s ad partem K r. ergo & reliqua s b ad reliquum b r, ut d b ad b k.*

K Quæ ſimiles ſint portioni a b l.] *Similes portiones coni ſectionum Apollonius ita diffiniuit in ſexto libro conicorum, ut ſcribit Eutocius,* ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας; *hoc eſt. in quibus ſi ducantur lineæ æquidiſtantes baſi numero æquales: æquidiſtantes atq; baſes ad partes diametrorum, quæ ab ipſis ad uerticem abſcindútur, eandem proportionem habent: itémq; partes abſciſſæ ad abſciſſas. ducuntur autem lineæ baſi æquidiſtantes: ut opinor, deſcripta in ſin*
γνωρίμως *gulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus contineatur. Itaq; portiones ſimiles à ſimilibus coni ſectionibus abſcindútur: & earum diametri ſiue ad baſes rectæ, ſiue cum baſibus æquales angulos facientes, ad ipſas baſes eandem habent proportionem.*

L Tranſibit igitur a e i coni ſectio per k.] *Si enim fieri poteſt non tranſeat per k, ſed per aliud punctum lineæ d b, ut per u. Quoniam igitur in rectáguli coni ſectione a e i, cuius diameter e z, ducta eſt a e, & producta: & d b diametro æquidiſtans utraſque a e, a i ſecat; a e quidem in b, a i uero in d: habebit d b ad b u proportionem eandem, quam a z, ad z d, ex quarta propoſitione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed a z ſeſquialtera eſt ipſius z d: eſt enim ut tria ad duo, quod mox demonſtrabimus. ergo d b ſeſquialtera eſt ipſius b u. eſt autē d b & ipſius b k ſeſquialte*
9.quinti. *ra. quare lineæ b u, b k inter ſe æquales ſunt; quod fieri non poteſt. rectanguli igitur coni ſectio a e i per punctum k tranſibit. quod demonſtrare uolebamus.*

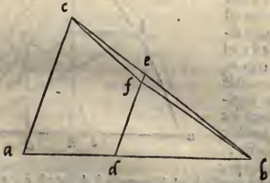
Cum

Cum ergo tres portiones ſint apol, aei, atd, contentæ rectis lineis, & rectãgulorum conorum ſectionibus; rectæq;, ſimiles, & inæquales, quæ contingunt ſe ſe ſuper unam quamque baſim.] *Poſt ea uerba, ſuper unamquanque baſim, in translatione aliqua deſiderari uidentur. Ad horum autem demonſtrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ ſequuntur, neceſſaria erunt.* M

LEMMA I.

Sit recta linea a b, quam ſecent duæ lineæ inter ſeſe æquidiſtantes a c, d e, ita ut quam proportionem habet a b ad b d, eandem habeat a c ad d e. Dico lineam, quæ c b puncta coniungit, etiam per ipſum e tranſire.

SI enim fieri poteſt, non tranſeat per e, ſed uel ſupra, uel infra: tranſeat primum infra, ut per f. erunt triangula a b c, d b f inter ſe ſimilia. quare ut a b ad b d, ita a c ad d f. ſed ut a b ad b d, ita 4. ſexti. *erat a c ad d e. ergo d f ipſi d e æqualis erit, uidelicet pars to-* 9. quinti. *ti, quod eſt abſurdum. Idem abſurdum ſequetur, ſi linea c b ſupra e puctum tranſire ponatur. quare c b etiam per e neceſſario tranſibit, quod oportebat demonſtrare.*

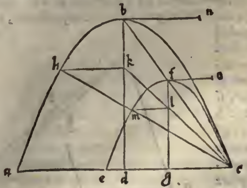


LEMMA II.

Sint duæ portiones ſimiles, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum ſectionibus; a b c quidem maior, cuius diameter b d; e f c uero minor, cuius diameter f g: aptenturq; inter ſeſe, ita ut maior minorem includat & ſint earum baſes a c, e c in eadem recta linea, ut idẽ punctum c ſit utriuſque terminus: ſumatur deinde in ſectione a b c quodlibet punctum h: & iungatur h c. Dico lineam h c ad partem ſui ipſius, quæ inter c, & ſectionem e f c interiicitur, eam proportionẽ habere, quam habet a c ad c e.

DVCATVR *b c, quæ tranſibit per f. quoniam enim portiones ſimiles ſunt, diametri cũ baſibus æquales continent angulos. quare æquidiſtant inter ſe ſe b d, f g: eſtq; b d ad a c, ut f g ad e c: & permutando b d ad f g, ut a c ad c e: hoc eſt ut earum dimidiæ d c ad c g. ergo ex antecedẽti lẽmate ſequitur lineã b c per punctum f tranſire. Ducatur præ-*

15. quinti.



terea à puncto h ad diametrum b d linea h K*, æquidiſtans baſi a c: & iuncta* k c*, quæ diametrum f g ſecet in l; per l ducatur*

ad

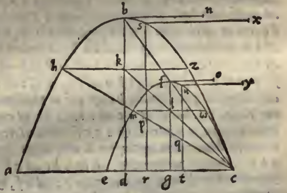
ad ſectionem e f g ex parte e linea l m, eidem a c baſi æquidiſtans. Sit autem ſectionis a b c, linea b n iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur: & ſectionis e f c ſit ipſa f o. quoniam igitur triangula c d b, c f g ſimilia ſunt, erit ut b c ad c f, ita d c 4. ſexti. *ad c g; & b d ad f g. rurſus quoniam triangula c k b, c l f etiã inter ſe ſunt ſimilia, ut b c ad c f, hoc eſt ut b d ad f g, ita erit k c ad c l; & b k ad f l. quare k c ad c l, & b k ad f l ſunt ut d c ad c g: hoc eſt ut earum duplæ a c ad c e. ſed ut b d ad f g, ita d c* 15. quinti. *ad c g; hoc ẽ a d ad e g: & permutãdo ut b d ad a d, ita f g ad e g. quadratum autem a d æquale eſt rectangulo d b n ex undecima primi conicorum. ergo tres lineæ b d, a d, b n inter ſe ſunt proportio*- 17. ſexti. *nales. eadem quoque ratione cum quadratum e g æquale ſit rectangulo g f o, tres aliæ lineæ f g, e g, f o, deinceps proportionales erũt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g ad f o. ex æquali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permutando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k ad f l. ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad b n, ita f l ad f o. Rurſus quoniã quadratũ b k æquale eſt rectan*- 11. primi conicorũ *gulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o æquale: erunt tres lineæ b k, k h, b n proportionales: itemq; proportionales inter ſe f l, l m, f o. quare ut linea b k ad lineam b n, ita quadratum b k* cor. 20. ſexti. *ad quadratum h k: & ut linea f l ad ipſam f o, ita quadratũ f l ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b k ad b n, ita eſt f l ad f o; erit ut quadratum b k ad quadratum k h, ita quadratum f l ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam k h, ita linea f l* 22. ſexti *ad ipſã l m: & permutãdo ut b k ad f l, ita k h ad l m. ſed b k ad f l erat ut k c ad c l. ergo k h ad l m, ut k c ad c l. quare ex eodem lemmate patet lineam h c, & per m punctum tranſire. ut igitur k c ad c l: hoc eſt ut a c ad c e, ita h c ad c m; hoc eſt ad eam ipſius partem, quæ inter c, & e g c ſectionem intercipitur. ſimiliter demonſtrabimus idem contingere in alijs lineis, quæ à puncto c ad a b c ſectionem perducuntur. At uero b c ad e f eandem proportionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, eſt ut d c ad c g; uidelicet ut earum duplæ, a c ad c e.*

Ex quibus perſpicuum eſt lineas omnes ſic ductas ab ipſis ſectionibus in eandem proportionem ſecari. eſt enim diuidendo, conuertendoq́; c m ad m b, & c f ad f b, ut c e ad e a.

LEMMA III.

Sed & illud conſtare poteſt; lineas, quæ in portionibus eiuſmodi ſimilibus ita ducuntur, ut cū baſibus æquales angulos contineant, ab ipſis ſimiles quoque portiones abſcindere: hoc eſt, ut in propoſita figura, portiones h b c, m f c, quas lineæ c h, c m abſcindunt, etiam inter ſe ſimiles eſſe.

DIVIDANTVR *enim c h, c m bifariam in punctis p q: & per ipſa ducantur lineæ r p s, t q u diametris æquidiſtantes. erit portionis h s c diameter p s, & portionis m u c diameter q u. Itaque fiat ut quadratum c r ad quadratum c p, ita linea b n ad aliam lineam, quæ ſit s x: & ut quadratum c t ad quadratum c q, ita fiat f o ad u y. iam ex iis quæ demōſtrauimus in commentariis in quartam propoſitionē Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus, patet quadratum c p æquale eſſe rectangulo p s x:*



itémq; quadratum c q æquale rectangulo q u y, hoc eſt ſectionum b ſ c, m u c lineas ſ x, u y, eas eſſe, iuxta quas poſſunt, quæ à ſectione ad diametrum ducuntur. ſed cú triangula c p r, c q t ſimilia ſint, habebit c r ad c p eandem proportionem, quam c t ad c q: & idcirco quadratum c r ad quadratum c p eandem habebit, quam quadratum c t ad quadratum c q. ergo & linea b n, ad lineam ſ x ita erit, ut linea ſ o ad ipſam u y. erat autem h e ad c m, ut a c ad c e. quare & earum dimidiæ c p ad c q, ut a d ad e g: & permutando c p ad a d, ut c q ad e g. Sed oſtenſum eſt a d ad b n ita eſſe, ut e g ad ſ o: & b n ad ſ x, ut ſ o ad u y. ergo ex æquali c p ad ſ x erit, ut c q ad u y. Quòd cum quadratú c p æquale ſit rectangulo p ſ x & quadratum c q rectangulo q u y, erunt tres lineæ ſ p, p c, ſ x proportionales; itemq; proportionales ipſæ u q, q c, u y. quare & ſ p ad p c, ut u q ad q c: & ut p c ad c b, ita q c ad c m. ex æquali igitur ut portionis b ſ c diameter ſ p ad eius baſim c b, ita portionis m u s diameter u q ad baſim c m. & anguli, quos diametri cum baſibus continent, ſunt æquales, quòd lineæ ſ p, u q ſibi ipſis æquidiſtent. ergo & portiones b ſ c, m u c inter ſe ſimiles erunt. id quod demonſtrandum proponebatur. 22. ſexti

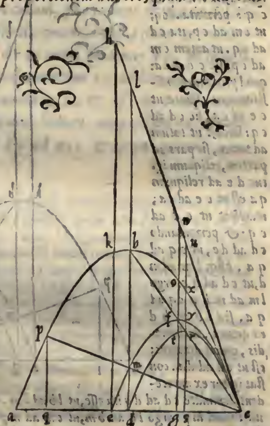
LEMMA IIII.

Sint duæ lineæ a b, c d, quæ ſecentur in punctis e f; ita ut quam proportionem habet a e ad e b, habeat c f ad f d: rurſus ſecentur in aliis duobus punctis g h; & habeat c h ad h d eandem proportionem, quam a g ad g b. Dico c f ad f h ita eſſe, ut a e ad e g.

QVONIAM enim ut a e ad e b, ita c f ad f d, erit componendo ut a b ad e b, ita c d ad f d. Rurſus cum ſit ut a g ad g b, ita c h ad h d; componendo, conuertendoq; ut g b ad a b, ita erit h d ad c d. ergo ex æquali, conuertendoq; ut e b ad g b, ita f d ad h d.

ſectione e f c diuiditur: pars uero lineæ c a, quæ eſt inter duas ſectiones proportione reſpondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter eaſdem ſectiones interiicitur; hoc eſt ut in propoſita figura, ſi producatur d b uſque ad c b in l, ut ſectioni e f c in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eãdem proportionem habere, quam c e ad e a.

Producatur enim g f ad eandem lineã c b in n, ſecãs a b c ſectionem in o: & iuncta b c, quæ tranſibit per f, ut oſtenſum eſt, erunt triangula c g f, c d b ſimilia: itemq; ſimilia īter ſe, c f n, c b l. quare ut g f ad d b, ita erit c f ad c b: & ut c f ad c b, ita f n ad b l. ergo g f ad d b, ut f n ad b l: & permutando g f ad f n, ut d b ad b l. eſt autem d b æqualis ipſi b l ex trigeſimaquinta primi libri conicorum. ergo & g f ipſi p i æqualis erit: & ex trigeſimatertia eiuſdem linea c b ſectionem e f c in eodem pun-

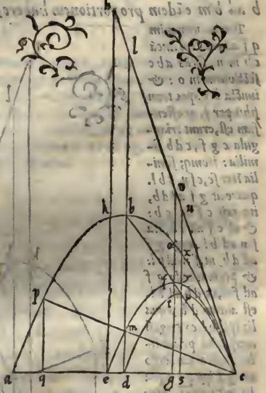


4. ſexti:

11. quinti

14 quinti

cto continget, Itaque iuncta c m producatur ad ſectionem a b c in p: & d p ad a c ducatur p q, quæ ipſi b d æquidiſtet. quoniam igitur linea c h contingit ſectionem e f c in c puncto; habebit l m ad m d proportionem eandem, quam c d ad d e, ex quinta propoſitione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter triã gulorum c m d, c p q ſimilitudinem, ut c m ad c d, ita erit c p ad c q: permutandóq; ut c m ad c p, ita c d ad c q. ut autem c m ad c p, ſic c e ad c a: quod proxime demõſtrauimus. quare ut c e ad c a, ſic c d ad c q: hoc eſt ut totum ad totum, ſic pars ad partem, reliquum igitur d e ad reliquum q a eſt ut c e ad c a; uidelicet ut c d ad c q: & permutando c d ad d e, ut c q ad q a. eſtq; l m ad m d, ut c d ad d e. ergo l m ad m d, ut c q ad q a. ſed l b ad b d ex quinta Archimedis, quam diximus; eſt ut c d ad d a. conſtat igitur ex antecedenti lemmate c d ad d q ita eſſe, ut l b ad b m. ut autem c d ad d q, ita c m ad m p. ergo l b ad b m, ut c m ad m p. Quòd cum demonſtratum fuerit, c m ad m p, ut c e ad e a: habebit l b ad b m eandẽ



2. ſexti.

propor

proportionem, quam c e ad e a. ſimiliter demonſtrabitur eandem habere n o ad o f: & reliquas eiuſmodi. at uero h K ad K e eam habere proportionem, quam habet c e ad e a, ex eadem quinta Archimedis perſpicue apparet. atque illud eſt, quod demonſtrandum propoſuimus.

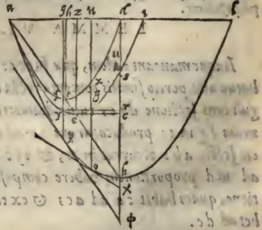
LEMMA VI.

Itaque maneant eadem, quæ ſupra: & itidem deſcribatur alia portio ſimilis contenta recta linea & rectanguli coni ſectione d r c s cuius diameter r s, ut ſecet lineam f g in t: producaturque s r ad lineam c h in u; cui ſectio a b c occurrat in x, & e f c in y. Dico b m ad m d proportionem habere compoſitam ex proportione, quam habet e a ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e.

SIMILITER *enim ut ſupra, demonſtrabimus lineam c h contingere ſectionẽ d r c in c puncto: & l m ad m d, itẽmq; n f ad f t; & u y ad y r ita eſſe, ut c d ad d e. Quoniam igitur l b ad b m eſt, ut c e ad e a; erit componendo, conuertendóq; b m ad l m, ut e a ad a c: & ut l m ad m d, ita c d ad d e. proportio autem b m ad m d compoſita eſt ex proportione, quam habet b m ad l m, & ex proportione, quam l m habet ad m d. ergo proportio b m ad m d etiam compoſita erit ex proportione, quam habet e a, ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e. Eadem ratione demonſtrabitur o f ad f t; itẽmq; x y ad y r proportionem habere ex eiſdem proportionibus compoſitam: & ita in alijs. quod demonſtrare oportebat.*

Ex quibus apparet lineas ſic ductas, quæ inter ſectiones a b c, d r c interiiciuntur à ſectione e f c in eandem proportionem diuidi.

N Etenim c b ad b d eſt ut ſex ad quindecim.] *Poſuimus enim b K duplam eſſe ipſius* K d, *quare componendo b d ad k d erit, ut tria ad unum; hoc eſt ut quindecim ad quinque. ſed b d ad* K c *erat ut quĩdecim ad quatuor. ergo b d ad d c, ut quindecim ad nouem: & per conuerſionem rationis, conuertendóq; c b ad b d, ut ſex ad quĩdecim.*



O Et ut c b ad b d, ita e b ad b a, & d z ad d a.] *Nam cum triangula c b e, d b a ſint ſimilia, erit ut e b ad b e, ita d b, ad b a & permutando, ut c b ad b d; ita e b ad b a. Rurſus ut b c ad c e, ita b d ad d a: permutandóq; ut c b ad b d, ita c e, hoc eſt d z ei æqualis ad d a.*

P Harum autem d z d a duplæ ſunt ipſæ l i, l a.] *Lineam quidem l a duplam eſſe ipſius d a, cum b d ſit portionis diameter, manifeſte conſtat. At uero l i ipſius d z dupla hoc pacto demonſtrabitur. Quoniam enim z d ad d a eſt, ut duo ad quinque; erit conuertendo, diuidendóq; a z, hoc eſt i z ad z d, ut tria ad duo: & rurſus diuidendo i d ad d z, ut unum ad duo. erat autem z d ad d a, hoc eſt ad d l, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendóq; l d ad d i, ut quinque ad unum: & per conuerſionem rationis d l ad l i, ut quinque ad quatuor. ſed d z ad d l erat, ut duo ad quinque. ergo rurſus ex æquali d z ad l i, ut duo ad quatuor. dupla eſt igitur l i ipſius d z. quod demonſtrandum fuerat.*

Q Et a d ad d i eam proportionem habet, quã quinque

ad unum.] *Hoc nos proxime demonſtrauimus.*

Demonſtratum eſt enim ſuperius portionem cuius axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ſi ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat &c.] *Illud uero demonſtrauit in quarta propoſitione huius libri.* R

I I.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad quadratum b d; demiſſa in humidum, adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinata conſiſtet; ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat; & axis cum humidi ſuperficie angulum faciat maiorem angulo x. A

I I I.

Si portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quam quadratum x o ad quadratum b d; demiſſa in humidum inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cum ſuperficie humidi angulũ faciat angulo x æqualẽ. Quòd ſi portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum p f ad

quadratum b d; in humidum demiſſa, & poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cũ ea faciat angulum angulo φ æqualem.

IIII.

B Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero; quàm quadratum x o ad b d quadratum; in humidum demiſſa, & inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ: & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

DEMON

DEMONSTRATIO SECVNDAE PARTIS.

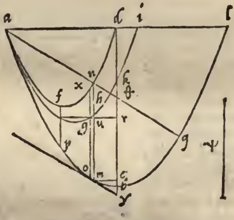
ITAQVE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm qua dratum x o ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum, quod ſit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eã habeat quadratum, quod ſit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm exceſſus, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. aptetur quædam recta linea m n conicis ſectionibus a m q l, a x d interiecta, ac media, quæ lineæ ψ ſit æqualis; ſecetq; reliquã coni ſectionem in puncto h; & rectam lineam r g in u. demõſtrabitur m h dupla ipſius h n, ſicuti demonſtratum eſt o g ipſius g x duplam eſſe. à puncto autẽ m ducatur m y contingens ſectionem a m q l in m: & m c ad b d perpendicularis. poſtea ducta a n, & producta ad q lineæ a n, n q inter ſe æquales erunt. quoniã enim in ſimilibus portionibus a m q l, a x d ductæ ſunt à baſibus ad portiones lineæ a q, a n, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d. æqualis eſt ergo a n ipſi n q; & a q

C

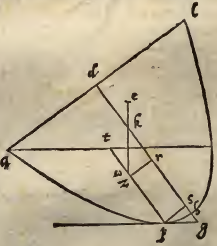
D

E

F



G ipſi m y æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamq; adeo, ut baſis ipſius nõ contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, conſiſtatq; ita, ut baſis ipſius in uno puncto cõtingat humidi ſuperficiem: & ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidẽ portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit a o: axis autem portionis, & ſectionis diameter b d: & ſecetur b d in punctis k r, ut dictum eſt: H ducatur etiam p g æquidiſtans ipſi a o, quæ ſectionem a p o l contingat in p: atque ab eo puncto ducatur p t æquidiſtãs ipſi b d; & p s ad b d perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratũ, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: quã uero proportionem habet portio ad humidũ, eandem pars ipſius demerſa habet ad totã portionẽ: & quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum t p ad b d quadratum: erit linea ψ æqualis



ipſi t p. quare & lineæ m n, p t; itemq, portiones a m q, K a p o inter ſe ſunt æquales. Quòd cum in portionibus æqua

æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter ſe æquales erunt. quare & ipſæ c r, s r: & m u, p z: & u n, z t. Quoniam igitur m u minor eſt, quàm dupla u n; conſtat p z ipſius z t minorem eſſe, quàm duplam. Sit p ω dupla ipſius ω t: & iuncta ω k ad e producatur. ergo totius quidem portionis centrum grauitatis erit puntum k; partis eius, quæ in humido eſt, centrum ω; eius uero, quæ extra humidum in linea k e, quod ſit e. Sed linea k z perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e, ω, æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. non ergo manebit portio, ſed reuoluetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte a. perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.

L (beside "Quoniam igitur"), M (beside "non ergo manebit portio"), N (beside "perſpicuum eſt igitur")

COMMENTARIVS.

Si portio ad humidum in grauitate minorẽ proportionem habeat, quàm quadratum s b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc eſt ſecunda pars propoſitionis, quam aliæ deinceps, poſtea ipſarum demonſtrationes eodem ordine ſequuntur.* A

SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ b d.] *Hác quartá partẽ nos reſtituimus, quæ ĩ tráſlatione deſiderabatur.* B

Erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm exceſſus, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.* C

Demonſtrabitur m h dupla ipſius h n, ſicuti demonſtratũ eſt o g ipſius g x duplam eſſe.] *Vt in prima parte huius, & ex ijs, quæ nos proxime in ipſam conſcripſimus.* D

Quoniam enim in ſimilibus portionibus a p o l, a x d, E

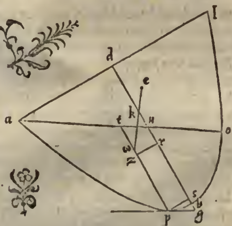
ductæ ſunt à baſibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angu los æquales continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos ſupra demonſtrauimus.*

F Aequalis eſt ergo a n ipſi n q.] *Cum enim q a ad a n ſit, ut l a ad a d; diuidendo, conuertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. eſt autem a d æqualis ipſi d l, quoniam d b ponitur diameter*
14 quinti *portionis. ergo & a n ipſi n q eſt æqualis.*

G Et a q ipſi m y æquidiſtans.] *Ex quinta ſecundi libri conicorum Apollonij.*

H Et ſecetur b d in punctis κ r, ut dictum eſt.] *In prima parte huius propoſitionis. ſecetur autem in K ita, ut b k ſit dupla ipſius k d; & in r, ut K r ſit æqualis ei, quæ uſque ad axem.*

K Quòd cũ in portionibus æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q, ita ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter ſe æquales erũt.] *Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o ſecet in κ. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ducũtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus: & anguli ad d utrique ſunt recti: erũt & reliqui a κ d, a θ d inter ſe æquales. linea autem p g æquidiſtat lineæ a o: itemq; m y ipſi a q: & p s, m c ipſis a d. triãgula igitur p g s, m y c triãgulis a κ d a θ d, atque inter ſe*



4. ſexti. *ſunt ſimilia: & ut a d ad a κ, ita a d ad a θ: & permutando. li-*

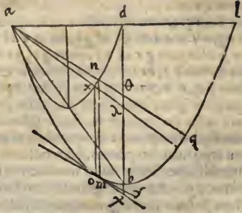
neæ autem a d inter ſe æquales ſunt. ergo & ipſæ a ν, a θ. Sed ſunt æquales a o, a q: & earum dimidiæ a t a n. ergo & reliquæ t ν, n θ; hoc eſt p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutando, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales ſunt: & ipſarum dimidiæ b s, b c: ex quibus ſequitur ut & reliquæ s r, c r: & idcirco p z, m u & u n, z t inter ſe ſunt æquales. 34. primi

Quoniam igitur m u minor eſt, quàm dupla u n.] *Eſt enim m h ipſius h n dupla, & m u minor ipſa m h. ergo m u minor eſt, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipſius u n.* L

Non ergo manebit portio, ſed reuoluetur, ita ut baſis ipſius humidi ſuperficiem nullo modo contingat. quoniam nunc in uno puncto contingens ſurſum fertur ex parte a.] *Tranſlatio ſic habet. non ergo manet portio ſed inclinabitur, ut baſis ipſius nec ſecundum unum tangat ſuperficiem humidi, quoniam nunc ſecundum unum tacta ipſa reclinatur. Quæ nos ex alijs Archimedis locis, & perſpicuitatis cauſſa in eum modum corrigenda duximus. In ſexta enim propoſitione huius ita ſcribit, ut habetur in tranſlatione. reuoluetur ergo ſolidum a p o l, & baſis ipſius nõ tanget ſuperficiem humidi ſecundum unum ſignum. Rurſus in ſeptima propoſitione. manifeſtum igitur, quòd reuoluetur ſolidum ita ut baſis ipſius nec ſecundum unum ſignum contingat ſuperficiem humidi, quoniam nunc ſecundum unum tangens deorſum fertur ex parte l. At uero portionem ſurſum ferri ex parte a manifeſte conſtat. nam cum perpendicularis ad ſuperficiem humidi, quæ tranſit per ω ad partes a cadat, & quæ per e ad partes l, neceſſe eſt ut centrum ω ſurſum, e uero deorſum feratur.* M

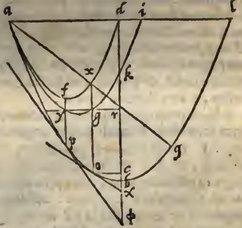
Perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.] *Iuncta enim a x producatur, ut diametrum b d ſecet in λ, & ab o puncto ipſi æquidiſtans ducatur o χ. continget ea ſectionem in o, ut in prima figura: atque erit angulus ad χ angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis eſt angulo ad θ: & angulus a θ d maior angulo a λ d; quod extra ipſum cadat. ergo angulus ad y eo, qui ad χ maior erit.* N 29. primi 16. primi

Quoniam igitur portio conuertitur, ita ut baſis humidum non contingat, axis cum ſuperficie eius faciet angulum maiorem angulo g; hoc eſt angulo y: & propterea multo maiorem angulo χ.



DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

HABEAT deinde portio ad humidum eam in grauitate proportionem, quam quadratũ x o habet ad quadratum b d: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum. Secta aũt ipſa per axem plano ad humidi ſuperficiem recto, ſolidi ſectio ſit rectanguli coni ſectio a p m l: ſuperficiei humidi ſectio ſit i m: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d ſicuti prius: & ducatur p n quidem



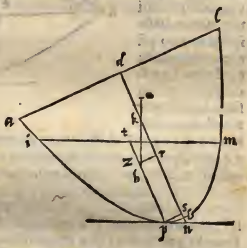
ipſi

ipſi i m æquidiſtãs, & contingens ſectionem in p; p t uero æquidiſtans b d, & p s ad ipſam b d perpendicularis. Demõ ſtrandũ eſt, portionẽ non cõſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi cõtingat. Maneãt enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producatur. erit a x æqualis ipſi x q. deĩde ducatur o χ ipſi a q æquidiſtãs. Quo niã igitur portio ad humidũ eã in grauitate proportionẽ habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d: æqualis utique erit t p ipſi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri ſint æquales, & portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l, ductæ ſunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: cõſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutũ cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui ad χ minor eſt angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm ſ r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior eſt, quàm dupla z t;

A

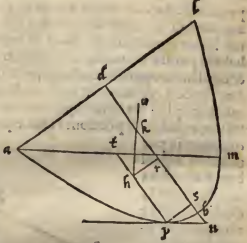
B

C



D

quia o g ipſius g x eſt dupla. Sit p h dupla h t: & iuncta h k ad ω producatur. erit totius quidem portionis centrum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius uero, quæ extra humidum in linea k ω, quod ſit ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter & k z ad humidi ſuperficiem perpẽdicularis, & quæ per puncta h ω æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. quare nõ manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno pũcto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. nam in portionibus æqualibus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus baſium a q, a m, quæ æquales portiones abſcindunt: etenim a o q



E ipſi a p m, ut in ſuperioribus æqualis demonſtrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris baſium: quòd anguli ad χ & n æquales ſint. quare ſi ducta h k ad ω producatur, erit totius portionis grauitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ; quod ſit ω: & h k ad humidi ſuperficiem perpendicularis. per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, ſurſum, & quod extra humidum deorſum feretur. quare manebit portio, cuius baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: & axis cum

F ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur

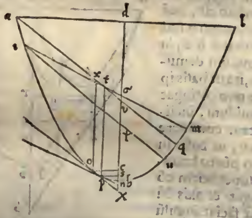
ſtrabitur portionem, quæ ad humidum in grauitate eandẽ proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratũ b d in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius nõ cõtingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat. & axis cum ipſa faciat angulum angulo φ æqualem.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d.] *Ex uigeſima ſexta libri Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum t p æquale quadrato x o: & propterea linea t p lineæ x o æqualis.* A

Et portiones ipſæ æquales erunt.] *Ex uigeſimaquinta eiuſdem libri.* B

Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l.] *In portione enim a p m l deſcribatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infra m; alioqui totum parti eſſet æquale. Ducatur deinde i u æquidiſtans a q,* C

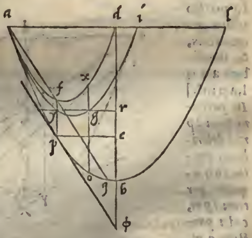


quæ diametrum ſecet in ψ; ſecet autem i m eandem in σ: & a q in v. Dico angulum a v d angulo i σ d minorē eſſe. angulus enim i ψ d
29. primi *æqualis eſt angulo a v d. ſed angulus interior i ψ d minor eſt exte-*
16. primi *riore i σ d. ergo & a v d ipſo i σ d minor erit.*

D Et quoniam angulus, qui ad χ minor eſt angulo, qui ad n.] *Ducantur per o duæ lineæ, o c quidem ad diametrum b d perpendicularis: & o χ in puncto o ſectionem contingens, quæ diame-*
5. ſecūdi conicorū *trum ſecet in χ. æquidiſtabit o χ ipſi a q: atque erit angulus ad*
29. primi. *χ æqualis ei, qui ad v. ergo angulus ad χ angulo ad σ, uidelicet eo,*
35. primi *qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. linea igitur χ b*
conicorū *maior eſt, quàm n b. Sed cum b c ſit æqualis χ b, & b s ipſi n b: erit b c ipſa b s maior.*

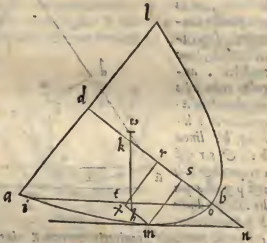
E Ergo æquales faciunt angulos a q, a m cum diametris portionum.] *Hoc demonſtrabimus ut in commentarijs in ſecundam partem.*

F Similiter demonſtrabitur, portionem, quæ ad humidū in grauitate eandem proportionem habeat, quā quadratum p f ad quadratū b d; in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius non cōtingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno pūcto humidi ſuperficiem cō tingat: & axis cū ipſa faciat angulū angulo φ æqualē]



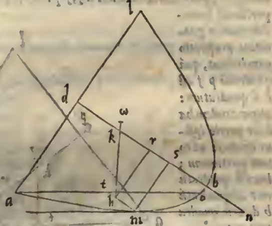
Habeat portio ad humidum in grauitate proportionem eam, quam p f quadratum ad quadratum b d: & demiſſa in humidum adeo inclinata,

clinata, ut baſis humidum non contingat, ſecetur plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ut ſectio ſit a m o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit i o: axis portionis, & ſectionis diameter b d; quæ in eaſdem, quas diximus, partes ſecetur: ducaturq; m n quidem ipſi i o æquidiſtans, ut in puncto m ſectionem cõtingat: m t uero æquidiſtans ipſi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonſtrandum eſt non manere portionem, ſed inclinari ita, ut in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. ducatur enim p c ad ipſam b d perpendicularis: & iuncta a f uſque ad ſectionem producatur in q: & per p ducatur p φ ipſi a q æquidiſtans. erunt iam ex ijs, quæ demonſtrauimus a f, f q inter ſe ſe æquales. & cum portio ad humidum eam in grauitate proportionem habeat, quã quadratũ p f ad b d quadratum: atque eandem habeat portio ipſius demerſa ad totam portionem; hoc eſt quadratũ m t ad quadratũ b d; erit quadratum m t quadrato p f æquale: & idcirco linea m t æqualis lineæ p f. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a p q l, a m o l ductæ ſunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abſcindunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc uero non ab extremitate: ſequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum angulũ contineat cum diametro portionis, quàm ipſa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidiſtat, & m n ipſi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n



quinti. 9

minor erit: linea uero b c maior, quàm b s: & s r; hoc eſt m χ maior, quàm c r, hoc eſt, quàm p y: & propterea χ t minor, quàm y f. quòd cum p y ſit dupla y f, erit m χ maior, quàm dupla y f; & multo maior, quàm dupla χ t. fiat m h dupla ipſius h t: & copulata h k producatur. Iam grauitatis centrum totius portionis erit punctum κ: eius, quæ in humido eſt, h: at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea h k producta; quod ſit ω. eodem modo demonſtrabitur, & lineam k h, & quæ per h ω puncta ipſi k h æquidiſtantes ducuntur, ad humidi ſuperficiem perpendiculares eſſe. non igitur manebit portio, ſed cum uſque eò inclinata fuerit, ut in uno puncto contingat ſuperficiẽ humidi, tunc conſiſtet. angulus enim ad n angulo ad φ æqualis erit; lineáq; b s lineæ b c; & s r ipſi c r. quare & m h ipſi p y eſt æqualis. Itaque ducta h k producatur.

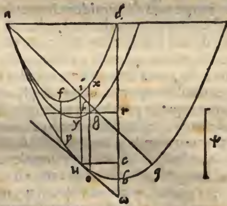


erit totius portionis grauitatis centrum K; eius, quæ in humido eſt h; & reliquæ partis centrum in linea producta; ſit autem ω. per eandem igitur rectam lineam k h, quæ eſt ad humidi ſuperficiem perpendicularis, id quod in humido eſt ſurſum; & quod extra humidum deorſum feretur. atque ob hãc cauſſam portio non amplius mouebitur; ſed conſiſtet, manebitq; ita, ut eius baſis ſuperficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipſa angulum faciat æqualem angulo φ. atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.

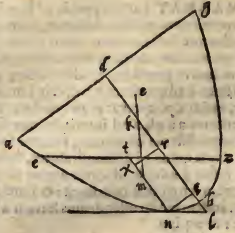
DEMON

DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

HABEAT rurſum portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d. erit ψ maior, quàm f p, & minor, quàm x o. aptetur ergo quædam recta linea i u inter portiones a u q l, a x d interiecta, quæ ſit æqualis ψ, & ipſi b d æquidiſtans: occurratq; reliquæ ſectioni in y. rurſus u y dupla ipſius y i demonſtrabitur, ſicuti demonſtrata eſt o g ipſius g x dupla. ducatur autem ab u linea u ω, quæ ſectionem a u q l in u contingat: & iuncta a i ad q producatur. eodem modo oſtendemus lineam a i ipſi i q æqualem eſſe: & a q ipſi u ω æquidiſtantem. Demonſtrãdum eſt portionem in humidum demiſſam, ĩclinatãq; adeo, ut baſis ipſius non contingat humidũ, ita conſiſtere, ut baſis in humidũ magis demergatur quàm ut in uno puncto eius ſuperficiem cõtingat. Demittatur enim in humidum, ut dictum eſt; & iaceat primo ſic inclinata, ut baſis nullo modo contingat ſuperficiem humidi. ſecta autem ipſa plano per axem ad humidi

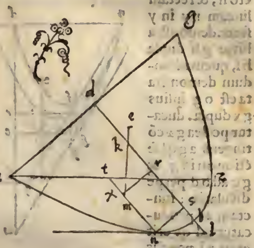


ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z g; ſuperficiei humidi e z: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in pũctis k r, ſicuti prius; & ducatur n l quidem ipſi e z æquidiſtans; quæ contingat ſectionẽ a n z g in n; & n t æquidiſtans ipſi b d; n s uero ad b d perpẽdicularis. Itaq;



quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit à linea ⅄ ad quadratum b d: erit ⅄ ipſi n t æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. quare & n t eſt æqualis ipſi u i. portiones igitur a u q, e n z inter ſe ſunt æquales. Et cum in æqualibus, & ſimilibus portionibus a u q l, a n z g ductæ ſint a q e z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum n l s, u ω c angulus ad l angulo ad ω maior eſt. ergo b s minor erit, quàm b c: & ſ r maior, quàm c r: ideoq; n χ maior, quam u h; & χ t minor, quàm h i. Quoniam igitur u y dupla eſt ipſius y i; conſtat n χ maiorem eſſe, quàm duplã χ t. Sit n m dupla ipſius m t. perſpicuũ eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionẽ; ſed inclinari, donec eius baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura

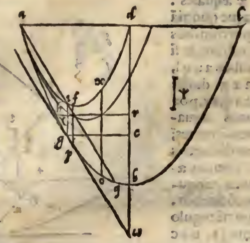
gura: & alia eadem diſponantur demonſtrabimus rurſum n t æqualem eſſe ipſi u i : & portiones a u q, a n z inter ſe ſe æquales. Itaque quoniã ĩ portionibus æqualibus, & ſimilibus a u q l, a n z g ductæ ſũt a q, a z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos cõtinebũt. ergo triangulorum n l s, u ω c anguli, qui cõſiſtũt ad l ω pũcta, æquales ſunt: & b s recta linea æqualis ipſi b c: ſ r ipſi c r, n χ ipſi u h: & χ t ipſi h i. quòd cum u y dupla ſit ipſius y i; erit n χ maior, quàm dupla χ t. Sit igitur n m ipſius m t dupla. Rurſus ex his manifeſtum eſt, non manere ipſam portionem; ſed inclinari ex parte a: ponebatur autem portio humidi ſuperficiem in uno puncto contingere: ergo neceſſe eſt, ut eius baſis in humidum magis demergatur.



DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

HABEAT denique portio ad humidum in grauitate minorem proportionem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidũ in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea ψ habeat ad quadratum b d. erit ψ minor ipſa p f. Rurſus aptetur

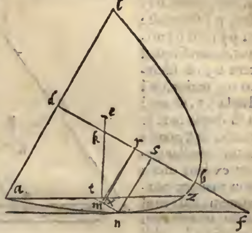
quædam recta linea g i, ſectionibus a g q l, a x d interiecta, & ipſi b d æquidiſtans; quæ mediam coni ſectionem in puncto h, & rectam lineam r y in y ſecet. demonſtrabitur g h dupla h i, quemadmodum demonſtrata eſt o g ipſius g x dupla. ducatur poſtea g ω contingens a g q l ſectionem in g: & g c ad b d perpendicularis: iunctaq; a i producatur ad q. erit ergo a i æqualis i q: & a q ipſi g ω



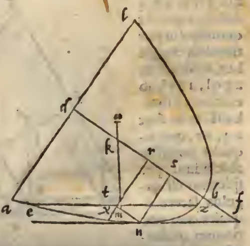
æquidiſtans. Demonſtrandũ eſt portionẽ in humidũ demiſſam, inclinatamq; adeo, ut baſis ipſius non cõtingat humidũ, conſiſtere inclinatã ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem angulo ϕ: & baſis humidi ſuperficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humidum; & conſiſtat ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. ſecta autem portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi a z: axis autẽ portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in punctis κ r, ut ſuperius dictum eſt: & ducatur n f quidem ipſi a z æquidiſtans, & contingens coni ſectionem in pũcto n; n t uero æquidiſtans ipſi b d: & n s ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in grauitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à ψ

ad

ad quadratum b d: & quam habet portio ad humidum in grauitate, eandem quadratum n t habet ad b d quadratū, ex iis, quæ dicta ſunt: conſtat n t lineæ ✠ æqualem eſſe. quare & portiones a n z, a g q ſunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a g q l, a n z l, ab extremitatibus baſiū ductæ ſunt a q, a z, quæ æquales portiões abſcindunt: perſpicuum eſt angulos facere æquales cum portionum diametris: & triangulorum n f s, g ω c, angulos, qui ad f ω æquales eſſe: itemque æquales inter ſe, s b, c b; & s r, c r, quare & n χ, g y æquales: & χ t y i. cũq; g h dupla ſit ipſius h i, erit n χ minor, quàm dupla ipſius χ t. Sit igitur n m ipſius m t dupla: & iuncta m k protrahatur ad e. Itaque centrum grauitatis totius erit punctum k: partis eius, quæ eſt in humido, punctũ m: eius autem, quæ extra humidum in linea protracta, quod ſit e. ergo ex proxime demonſtratis patet, nõ manere portionem, ſed inclinari adeo, ut baſis nullo modo ſuperficiẽ humidi contingat. At uero portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo ✠ minorem, ſic demonſtrabitur. conſiſtat enim, ſi fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo ✠: & alia eadem diſponantur; ut in ſubiecta figura. eodem modo demonſtra



bimus n t æqualem eſſe ψ, & propterea ipſi g i. & quoniam triangulorum p φ c, n f s angulus f non eſt minor angulo φ, non erit b f maior, quàm b c. ergo neque s r minor, quàm c r: neque n χ minor, quàm p y. Sed cum p f ſit maior, quàm n t: ſitq; p f ſeſquialtera p y: erit n t minor, quàm ſeſquialtera n χ: & idcirco n χ maior, quã dupla χ t. ſit autẽ n m dupla m t: & iuncta m κ producatur. conſtat igitur ex iam dictis non manere portionem; ſed reuoluta, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.

Ioes Camillus Gloriosus